



2 Desarrollo de las unidades

UNIDAD 1

2.1

Matrices

2.1.1. Capacidades

- Determina y clasifica matrices según sus características.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando las operaciones entre matrices.

2.1.2. Temas

Matriz. Concepto. Notación. Orden. Elementos. Representación.

Matriz fila y matriz columna.

Matrices cuadradas.

Matriz diagonal y matriz identidad.

Matrices triangulares.

Matrices simétricas.

Matriz opuesta y matriz transpuesta.

Matriz inversa.

Adición entre matrices.

Sustracción entre matrices.

Producto de una matriz por un escalar.

Producto entre matrices.

2.1.3. Página de apertura

Comenzamos la unidad presentando un recorte periodístico, sección Economía de un diario nacional, que nos habla de la producción de motocicletas, por considerar que el tema puede ser de interés para los jóvenes.

La lectura del artículo y la imagen permiten apreciar el contexto del tema y analizarlo. A partir de allí pueden surgir preguntas y comentarios como:

¿Cómo están exhibidas las motocicletas?

¿Cuál es el promedio mensual de producción de motocicletas en el país?

¿Es económico el uso de motocicletas como medio de transporte? ¿Por qué la demanda es tan grande?

¿Cuáles son las ventajas y desventajas al comprar una motocicleta?

¿Qué preparación se requiere para el montaje de motocicletas?

¿Dónde se pueden capacitar los recursos humanos para dicha tarea?

Estas u otras preguntas invitan a opinar en forma crítica, reflexiva y más allá de la Matemática.

2.1.4. Abordaje de los temas

A partir de esta situación inicial presentamos una situación problemática, analizamos la misma, resolvemos y concluimos con la definición de matrices, la notación, el ordenado por filas y columnas.

Los demás temas se van trabajando con un esquema semejante. Estos temas así como las operaciones con matrices son ejemplificados también por medio de situaciones problemáticas.

¿Cómo trabajar la interdisciplinariedad?

Una vez resuelta la situación problemática:

Una fábrica produce baterías para vehículos, de diferentes voltajes, en dos de sus plantas ubicadas en una zona no poblada de Lambaré y Capiatá, respectivamente.

Teniendo en cuenta las tablas siguientes:

Producción diaria

(en miles de unidades)

Planta \ Voltaje	6 VOLTS	12 VOLTS
P ₁	3	7
P ₂	1	2

Porcentaje de defectuosas y correctas según voltaje

Voltaje \ Calidad	defectuosas D	correctas C
6 volts	1%	99%
12 volts	2%	98%

1. Calculamos la producción diaria de baterías defectuosas y correctas.
2. Averiguamos en una fábrica qué destino se le da a las baterías defectuosas y por qué.



Proponemos la realización de la siguiente actividad:

- Visitamos el CRA e investigamos en textos de Física, Química y Ciencias Naturales sobre los siguientes puntos:
 - a. ¿Cuáles son las sustancias utilizadas para construir una batería?
 - b. ¿Qué reacción química hace que se genere una diferencia de potencial entre las terminales de una batería?
 - c. ¿Qué tipo de energía se genera a partir de las baterías?
 - d. ¿Pueden las baterías convertirse en contaminantes de los ecosistemas? ¿Por qué?

Bajo el título de **Actividades de fijación** se encuentran propuestas de trabajo, para afianzar cada tema desarrollado, enumerado para facilitar el trabajo de verificación.

En cada unidad, bajo el título **Ñaikumby porãve haġua**, están redactadas en lengua guaraní actividades de fijación, con la finalidad de afianzar las habilidades lingüísticas y comunicativas en el alumno y la alumna de este nivel, atendiendo las disposiciones del MEC.

Todos los problemas se resuelven siguiendo los pasos de Polya. Para la resolución del problema presentado se especifica cada paso seguido.

Además de las propuestas del texto, sugerimos trabajar en forma cooperativa con los alumnos y alumnas creando otras situaciones problemáticas, valiéndose de informaciones presentadas en tablas extraídas de diversos medios, como periódicos, revistas, internet, etc.; para luego compartir sus trabajos en el aula, en un marco de respeto a la opinión de los demás. Como ejemplo proponemos el siguiente.

Precio histórico del ganado en pie. Promedio anual (€/kg)



Clase A	Año 2001	Año 2002
novillos	2 296	2 573
vacas	2 078	2 285
Clase B	Año 2003	Año 2004
novillos	3 154	3 271
vacas	2 761	3 027

Cotización del ganado al gancho (€/kg)

Clase C	precio
Novillos	10 200
Vacas	9 900
Toros	9 000

Diario abc, Economía, viernes
20 de octubre, 2006

1. Escribo las tablas extraídas del periódico en forma de matrices

$$A = \begin{matrix} & \text{Año 2001} & \text{Año 2002} \\ \begin{pmatrix} 2\,296 & 2\,573 \\ 2\,078 & 2\,285 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} & \text{Año 2003} & \text{Año 2004} \\ \begin{pmatrix} 3\,154 & 3\,271 \\ 2\,761 & 3\,027 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$C = \begin{matrix} & \text{Precio (€/kg)} \\ \begin{pmatrix} 10\,200 \\ 9\,900 \\ 9\,000 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \\ \text{toros} \end{matrix} \end{matrix}$$

2. Clasifico las matrices anteriores y expreso el orden de cada una.

- A Es una matriz cuadrada de orden: 2x2
- B Es una matriz cuadrada de orden: 2x2
- C Es una matriz columna de orden: 3x1

3. Escribo las transpuestas de las matrices:

$$A^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} \\ \begin{pmatrix} 2\,296 & 2\,078 \\ 2\,573 & 2\,285 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$B^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} \\ \begin{pmatrix} 3\,154 & 2\,761 \\ 3\,271 & 3\,027 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad C^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} & \text{toros} \\ \begin{pmatrix} 10\,200 & 9\,900 & 9\,000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

4. Si en el siguiente mes se duplica la cotización de ganado al gancho (matriz C), ¿cuál es la matriz que representaría esta información?

$$2C = \begin{matrix} & \text{Precio (€/kg)} \\ \begin{pmatrix} 20\,400 \\ 19\,800 \\ 18\,000 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \\ \text{toros} \end{matrix} \end{matrix}$$

5. Describo el proceso seguido para realizar la actividad, las dificultades encontradas y cómo las fui salvando.

En el apartado **Trabajamos con proyectos** presentamos las etapas del mismo con algunas preguntas guías que posibilitan su elaboración. Incluimos en esta Guía un ejemplo de **proyecto**.

Las **Actividades de retroalimentación** son un banco de ítems que puede ser enriquecido por el docente, disponible para el momento que éste lo considere oportuno o



también cuando los alumnos y alumnas desean intensificar lo aprendido.

Las **Actividades de Autoevaluación** enfatizan los ítems de resolución de problemas que involucran las operaciones de matrices.

Bajo el título de **Resumimos** se presenta un breve esquema que comprende la definición y clasificación de matrices, que puede servir como marco para que los alumnos y alumnas revisen los temas aprendidos.

Para el proceso de retroalimentación:

Una vez resuelta la situación problemática del texto:

- Primero realizar una evaluación de los y las estudiantes, identificando cuáles son las capacidades logradas y aún no logradas.
- Luego registrar estos resultados en el RSA u otro, que ayude a identificar mejor las dificultades en el momento oportuno.
- Comunicar a los alumnos y alumnas estos resultados, lo que permitirá mejorar su aprendizaje y evitará volver a cometer los mismos errores.
- Por último, volver a trabajar las capacidades y sus respectivos temas que no fueron bien comprendidos, utilizando otras estrategias metodológicas o las mismas según se considere oportuno.

2.1.5. Algunos indicadores de evaluación

Corresponde a cada profesor o profesora la elaboración de los indicadores de evaluación, a partir de las capacidades desarrolladas y atendiendo a las orientaciones dadas en el proceso de aprendizaje.

Los indicadores deben referirse a un solo aspecto de la capacidad y ser lo más representativos posible. El enunciado se redacta en forma afirmativa y en tercera persona del singular.

Proponemos a modo de ejemplo algunos, que podrían servir para evaluar las capacidades trabajadas en esta unidad. Esta aclaración se aplica a las demás unidades.

- Escribe la matriz correspondiente a una tabla dada.
- Identifica los elementos de una matriz.
- Representa genéricamente la matriz dada.
- Calcula la adición de dos matrices.
- Efectúa la sustracción entre matrices.
- Halla el producto entre matrices.
- Determina los datos de un problema sobre la adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).
- Identifica las incógnitas de un problema sobre la adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).

- Establece la estrategia que se utiliza en un problema de adición (o sustracción o multiplicación) de matrices.
- Identifica la situación en que se utiliza adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).
- Aprecia la utilidad de matrices para ordenar información.
- Demuestra interés para conseguir la solución de un problema.

2.1.6. Actividades complementarias

En este apartado presentamos otras actividades además de las ya propuestas en el texto, que pueden ser utilizadas para retroalimentar en el momento en que el docente lo considere oportuno. Las mismas también pueden proponerse como un trabajo de grupo.

A 1 Propuesta de actividad

TEMA Operaciones con matrices

OBJETIVO Resuelvo problemas que involucran las operaciones con matrices.

Analizo la pertinencia de las soluciones obtenidas.

DESARROLLO Presentamos la siguiente situación problemática:

La asociación de padres y estudiantes del 2.º curso crearon un taller de confección de cartucheras, bolsos y mochilas para recaudar fondos y con los mismos enriquecer la biblioteca.

Su producción en los meses de octubre (A) y noviembre (B) se representan en las siguientes matrices, discriminadas por tamaño pequeño (P), mediano (M) y grande (G).

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} 30 & 100 & 40 \\ 10 & 80 & 20 \\ 70 & 120 & 60 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{matrix} 40 & 120 & 50 \\ 25 & 90 & 30 \\ 76 & 130 & 80 \end{matrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

- Determinamos la matriz que representa la producción en ambos meses.
- Calculamos la diferencia de producción entre noviembre y octubre.
- Como en el mes de diciembre las ventas aumentan, la asociación desea producir el doble que en octubre. ¿Cuál será la matriz que representa la producción de diciembre?

COMPENDEMOS EL PROBLEMA La producción de los 2 meses está expresada en forma de matrices.

Las incógnitas son: a) la producción en ambos meses, b) la diferencia de producción, c) la producción en el mes de diciembre.



DISEÑAMOS UN PLAN Efectuamos las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de matrices.

EJECUTAMOS EL PLAN a. La matriz que representa la producción del taller en los meses de octubre y noviembre es:

$$A + B = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 70 & 220 & 90 \\ 35 & 170 & 50 \\ 146 & 250 & 140 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

b. La diferencia de la producción entre noviembre y octubre es:

$$B + (-A) = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 10 & 20 & 10 \\ 15 & 10 & 10 \\ 6 & 10 & 20 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

c. La producción de diciembre deberá ser:

$$2.A = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 60 & 200 & 80 \\ 20 & 160 & 40 \\ 140 & 240 & 120 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

EXAMINAMOS LA SOLUCIÓN Verificamos los resultados utilizando la calculadora.

Analizamos los procesos seguidos en cada paso y concluimos diciendo:

- Dadas dos matrices del mismo orden, la suma de ellas es otra matriz cuyos elementos se han obtenido al sumar directamente sus elementos correspondientes.
- Para restar dos matrices se restan los elementos correspondientes a cada matriz.
- Para multiplicar una matriz por un número, se multiplica cada elemento de la matriz por ese número.

P 1 Propuesta de proyecto

Con el título Trabajamos con proyectos se presenta en el texto un esquema del mismo con algunas preguntas guías que pueden servir para su elaboración. Aquí, proponemos a modo ejemplo el desarrollo de un proyecto. Para el efecto seguimos estas etapas:

1. Diagnóstico

- Teniendo en cuenta los continuos reclamos por el alto consumo de luz, agua y teléfono en nuestras casas y el problema que esto acarrea en el presupuesto familiar, nos reunimos con los compañeros y compañeras, resolvimos preparar un proyecto para afrontar este problema y aplicar nuestros conocimientos sobre matrices.

2. Planificación

a. **Denominación:** Uso adecuado de los servicios de agua, luz y teléfono.

b. **Eje temático:** Matrices.

Capacidad: Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando la multiplicación entre matrices.

c. **Localización física:** Nuestras casas y la comunidad educativa a la cual pertenecemos.

d. **Fundamentación:** El uso indiscriminado de los servicios tales como: agua, luz y teléfono en nuestros hogares, genera una fuerte erogación. De ahí la importancia de analizar y proponer acciones que permitan crear conciencia sobre el uso racional de estos servicios, y por consiguiente disminuir lo que se invierte en ellos.

e. **Beneficiarios:** Familias que conforman nuestra comunidad educativa.

f. **Duración del proyecto:** (a corto plazo) tres meses.

g. **Objetivos:**

- Identificar las causas de los altos costos de los servicios públicos (luz, agua, teléfono).
- Visualizar datos y operar con matrices según los requerimientos detectados.
- Implementar medidas para el uso racional de los servicios públicos.

h. **Actividades para la ejecución:**

- Formamos grupos de trabajo.
- Recolectamos las boletas de pago de los servicios básicos correspondientes a los últimos tres meses en nuestras casas.
- Construimos con ellas dos tablas: una con el consumo promedio trimestral de los servicios de tres familias, otra con el costo promedio sin IVA de los mismos.
- Expresamos las tablas en forma de matriz y hallamos el producto de las mismas.
- Analizamos los resultados obtenidos, sacamos conclusiones sobre sus implicancias.
- Escribimos y distribuimos carteles con las medidas que tomar para optimizar el uso de los servicios de agua, luz y teléfono disminuyendo sus costos.



- i. **Responsables:** Docentes y estudiantes del 2.º Curso del Nivel Medio.
- j. **Metodología:**
 - La investigación en facturas del servicio público del consumo y el costo de tres meses.
 - El aprendizaje cooperativo a través del intercambio de opiniones entre los estudiantes y el docente.
- k. **Recursos:**
 - Humanos: docentes, estudiantes, familiares y otros.
 - Didácticos: libro de texto, boletas de consumo de

- los servicios públicos y otros.
- Financieros: recursos propios del curso.

3. Etapa de ejecución

Nos organizamos, distribuimos las responsabilidades de las distintas actividades para llevar adelante el proyecto previsto, atendiendo nuestros objetivos.

4. Evaluación

Durante la implementación del proyecto y al finalizar nos reunimos para ver cómo nos va y hacer ajustes o ampliarlo si es necesario. Trabajamos con estas u otras preguntas para evaluar el proyecto:

Preguntas	Sí	No	¿Por qué?
¿Necesitó algunos ajustes el proyecto?			
¿Se presentaron obstáculos?			
¿Se solucionaron los obstáculos?			
¿Se aplicaron conceptos matemáticos estudiados?			
¿Se lograron los objetivos?			

Evaluamos nuestro desempeño grupal en el proyecto, completando esta ficha:

Preguntas	Sí	No	¿Cómo?
¿Analizamos los resultados obtenidos?			
¿Sacamos conclusiones válidas?			
¿Solucionamos los obstáculos presentados?			
¿Aplicamos los conceptos matemáticos estudiados?			
¿Evitamos actitudes/gestos discriminativos?			

Evaluamos nuestro aprendizaje con los siguientes indicadores para verificar el logro de la capacidad:

Indicadores	Logrado	Aún no logrado
Construyo tablas con los datos recolectados.		
Expreso las tablas en forma de matrices.		
Determino la operación que realizar para resolver el problema.		
Hallo el producto entre matrices.		
Verifico el resultado obtenido.		
Interpreto el resultado.		