

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2°

Educación Media
Plan Común

Curso

$$\det(A) = + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Matemática

Guía didáctica para docente

Serie curricular **panambi**

MATERIAL DE
DISTRIBUCIÓN
GRATUITA
PROHIBIDA SU
COMERCIALIZACIÓN


Educación
Tarea de todos
Paraguay Katupyry



**TEKOMBO'E
HA ARANDUPY**
MOTENONDEHA
MINISTERIO DE
**EDUCACIÓN
Y CULTURA**

TETÃ REKUÁI
GOBIERNO NACIONAL
Jajapo ñande raperã ko'ãga guive
Construyendo el futuro hoy

Paraguay. Ministerio de Educación y Cultura
Guía didáctica para docente.
Matemática.
2.º curso - Educación Media
2016

TODOS LOS DERECHOS RESERVADOS © 2016
Ministerio de Educación y Cultura

Queda prohibida cualquier forma de reproducción, transmisión o archivo en sistemas recuperables del presente material, ya sea para su uso privado o público, por medios mecánicos, electrónicos, electrostáticos, magnéticos o cualquier otro, total o parcialmente, con o sin finalidad de lucro, salvo expresa autorización del MEC.

Presidente de la República

Horacio Manuel Cartes Jara

Ministra de Educación y Cultura

Marta Lafuente

Viceministra de Educación para la Gestión Educativa

Myrian Mello

Directora General de Currículum, Evaluación y Orientación

María Gloria Pereira de Jacquet

Director General de Educación Media

Arnaldo Ramón Liuzzi Velázquez

Silveria Concepción Laguardia Viñales, Directora de Currículum

Diana Elena De Giacomini de Silva, Jefa del Departamento de Apoyo para la Implementación Curricular en Medios Educativos

Zonia Maricel Centurión Benítez, Jefa del Departamento de Diseño Curricular

Maura Graciela López Jara, Jefa del Departamento de Evaluación Curricular

María Isabel Roa, Jefa del Departamento de Enseñanza de Lenguas

Elaboradores

Nélida Centurión Acha

María Elena Melgarejo de Acosta

Rutilia Ramírez Sánchez

Revisión y ajustes

Zonia Maricel Centurión Benítez

Carmen Susana Benítez Prieto

Sixta María Sosa Araujo

Sonia Raquel Martínez Hermosilla

Dalia Rocio Larrosa de Moreno

Diseño Editorial

Víctor Ramón López Amarilla

Diseño y diagramación

AGR S.A. Servicios Gráficos



PRESENTACIÓN

Estimados colegas:

Compartimos con ustedes y las familias el mutuo interés de que los estudiantes de la Educación Media mejoren la calidad de sus aprendizajes. Con el afán de colaborar en el mejor uso posible de los libros de textos, el Ministerio de Educación y Cultura ofrece esta Guía Didáctica, cuyo contenido explica la organización de los mencionados libros y propone actividades para orientar su uso adecuado.

Es importante que esta guía se constituya en una herramienta pedagógica, ya que la misma contempla los lineamientos y las recomendaciones didácticas que orientan la planificación del docente. Por tanto, su uso no limitará la creatividad y el entusiasmo de generar otras propuestas innovadoras.

En el horizonte de la Agenda Educativa 2013 - 2018 se propone el mejoramiento de las condiciones y oportunidades para el aprendizaje, en el marco del aseguramiento de la calidad de la educación. Esta meta educativa se logrará con el compromiso asumido por cada uno de los actores educativos quienes interactúan directamente con los estudiantes en las distintas instituciones educativas del país.

La tarea de enseñar requiere de amor y ciencia, porque estamos educando seres humanos en la integralidad de su ser; a los educadores se nos encomienda la noble y valiosa misión de contribuir al desarrollo personal y social de nuestros estudiantes y de constituirnos en guías y orientadores de sus vidas en formación. Como adultos, somos garantes del cumplimiento de sus derechos y en ese sentido, ofrecerles una educación de calidad es nuestro compromiso.

Les recomiendo utilizar esta guía didáctica de la mejor manera posible y enriquecerla sobre la base de sus experiencias. Deseo que la tarea de educar les sea gratificante y se sientan cada vez más comprometidos con la misión de formar mejores seres humanos y ciudadanos actores de las transformaciones que requiere nuestro país.

Reciban de mi parte el reconocimiento y la admiración por su tarea desafiante, compleja y humanizante. Nda-reíri opavave ñandereko hesápe: mbo'éhára ningo omba'apo tesape'ará. Upévare arako'ëre hi'aiténte ñande rapere ñanembojuruvy jahecha rupi hope jera ñane remimbo'ekuéra kerapoty.

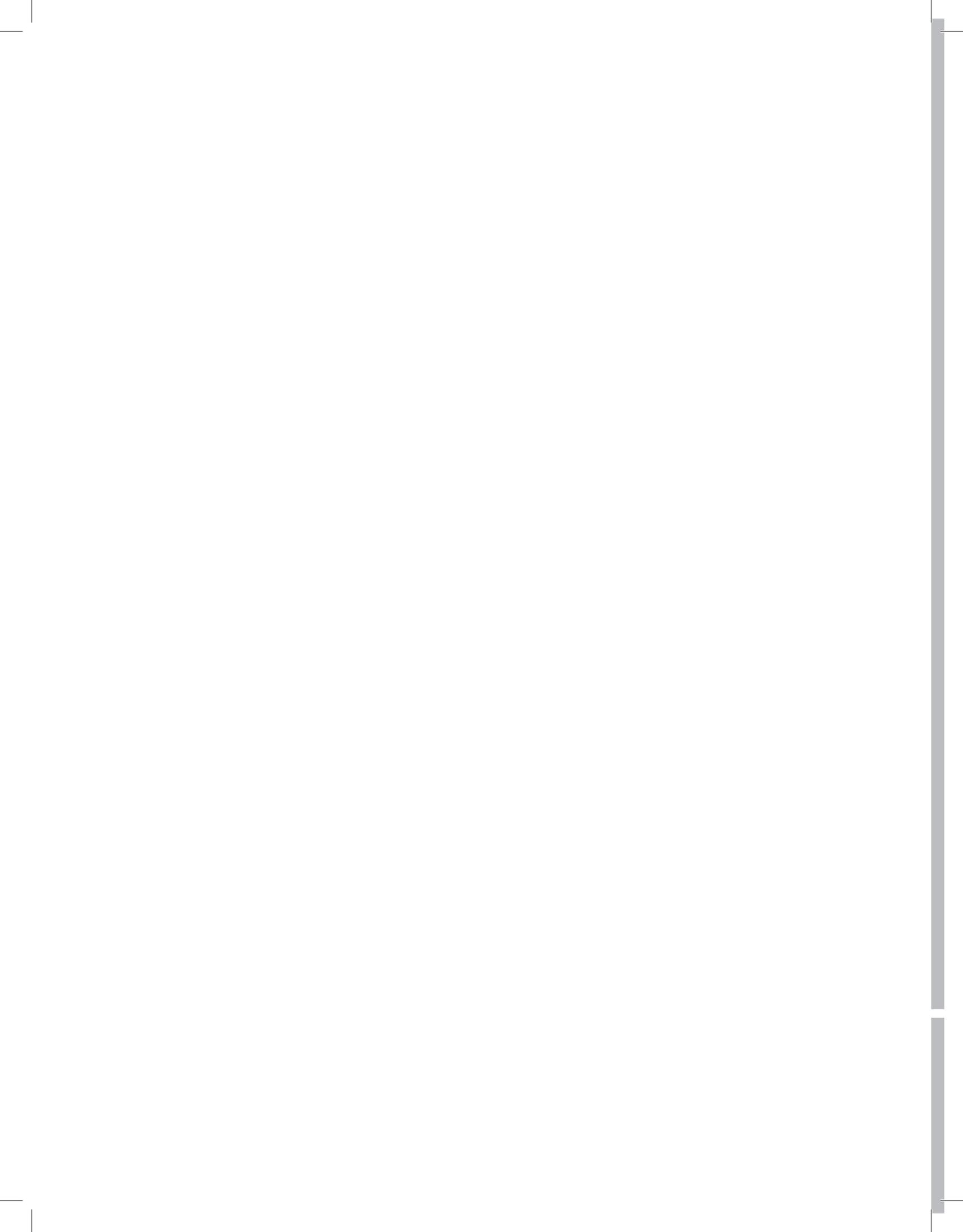


Marta Lafuente
Ministra
de Educación y Cultura



Índice

1. Cuadro descriptivo de las unidades de la Guía «Matemática 2».....	9
2. Desarrollo de las unidades	13
2.1 Unidad 1: Matrices.....	14
• Determina y clasifica matrices según sus características.	
• Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando las operaciones entre matrices.	
2.2 Unidad 2: Determinante	19
• Utiliza distintos métodos en el cálculo del determinante de matrices cuadradas de segundo y tercer orden.	
• Formula y resuelve situaciones problemáticas donde intervengan sistemas de ecuaciones con dos o tres incógnitas, aplicando la regla de Cramer.	
2.3 Unidad 3: Cónicas	22
• Resuelve situaciones problemáticas en las que intervengan secciones cónicas.	
3. Estrategias de aprendizaje	31
4. El método Heurístico en la resolución de problemas	47
Bibliografía sugerida.....	49



1

Cuadro descriptivo de las unidades de la Guía «Matemática 2»



1 Cuadro descriptivo de las unidades de la Guía «Matemática 2»

COMPETENCIA DEL
ÁREA PARA LA
EDUCACIÓN MEDIA

Planteen y resuelvan problemas con actitud crítica y ética, utilizando el pensamiento lógico y el lenguaje matemático para formular, deducir y realizar inferencias que contribuyan al desarrollo personal y social.

UNIDAD

CAPACIDADES

1. Matrices

- Determina y clasifica matrices según sus características.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando las operaciones entre matrices.

2. Determinante

- Utiliza distintos métodos en el cálculo del determinante de matrices cuadradas de segundo y tercer orden.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas donde intervengan sistemas de ecuaciones con dos o tres incógnitas, aplicando la regla de Cramer.

3. Cónicas

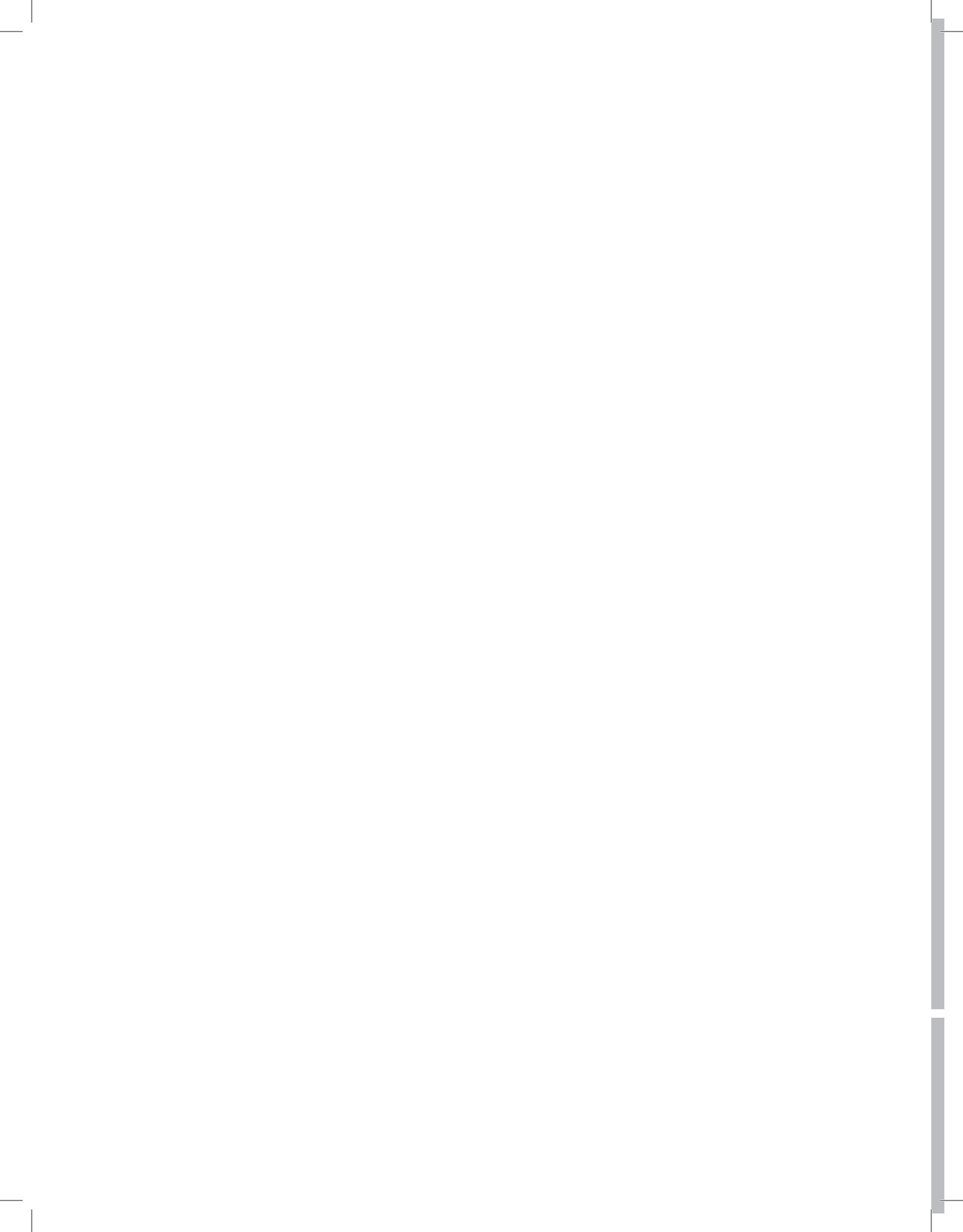
- Resuelve situaciones problemáticas en las que intervengan secciones cónicas.



COMPETENCIA ESPECÍFICA DE LA DISCIPLINA

Formula y resuelve situaciones problemáticas que involucren la utilización de conceptos, operaciones, teoremas y propiedades matemáticas del Álgebra, la Trigonometría, la Geometría Analítica y el Cálculo, aplicadas a la modelización de situaciones de la vida real.

TEMAS	Articulación con otros temas matemáticos	Articulación con otras disciplinas
<ul style="list-style-type: none"> • Matriz. Concepto. Notación. Orden. Elementos. Representación. • Matriz fila y matriz columna. • Matrices cuadradas. • Matriz diagonal y matriz identidad. • Matrices triangulares. • Matrices simétricas. • Matriz opuesta y matriz transpuesta. • Matriz inversa. • Adición entre matrices. • Sustracción entre matrices. • Producto de una matriz por un escalar. • Producto entre matrices. 	<p>Expresiones algebraicas. Sistemas de ecuaciones lineales. Porcentaje.</p>	<p>Ciencias Naturales Economía y Gestión Física Química Educación Ambiental</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Determinante. Concepto. • Determinante de una matriz cuadrada de orden 2. • Determinante de una matriz cuadrada de orden 3. • Regla de Sarrus. • Propiedades de los determinantes. • Regla de Cramer. 	<p>Expresiones algebraicas. Ángulos interiores de polígonos. Sistemas de ecuaciones lineales.</p>	<p>Química Ciencias Naturales</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Secciones cónicas y lugares geométricos. • Circunferencia: ecuación, centro en el origen y fuera de él, radio, representación gráfica. Intersección con una recta. • Parábola: ecuación, vértice en el origen y fuera de él, foco, lado recto, directriz, representación gráfica. Intersección con una recta. • Elipse: ecuación, vértices, focos, excentricidad, centro en el origen, representación gráfica. Intersección con una recta. 	<p>Expresiones algebraicas. Ángulos interiores de polígonos. Sistemas de ecuaciones lineales.</p>	<p>Física Ciencias Naturales</p>



2

**Desarrollo de las
unidades
«Matemática 2»**



2 Desarrollo de las unidades

UNIDAD 1

2.1

Matrices

2.1.1. Capacidades

- Determina y clasifica matrices según sus características.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando las operaciones entre matrices.

2.1.2. Temas

Matriz. Concepto. Notación. Orden. Elementos. Representación.

Matriz fila y matriz columna.

Matrices cuadradas.

Matriz diagonal y matriz identidad.

Matrices triangulares.

Matrices simétricas.

Matriz opuesta y matriz transpuesta.

Matriz inversa.

Adición entre matrices.

Sustracción entre matrices.

Producto de una matriz por un escalar.

Producto entre matrices.

2.1.3. Página de apertura

Comenzamos la unidad presentando un recorte periodístico, sección Economía de un diario nacional, que nos habla de la producción de motocicletas, por considerar que el tema puede ser de interés para los jóvenes.

La lectura del artículo y la imagen permiten apreciar el contexto del tema y analizarlo. A partir de allí pueden surgir preguntas y comentarios como:

¿Cómo están exhibidas las motocicletas?

¿Cuál es el promedio mensual de producción de motocicletas en el país?

¿Es económico el uso de motocicletas como medio de transporte? ¿Por qué la demanda es tan grande?

¿Cuáles son las ventajas y desventajas al comprar una motocicleta?

¿Qué preparación se requiere para el montaje de motocicletas?

¿Dónde se pueden capacitar los recursos humanos para dicha tarea?

Estas u otras preguntas invitan a opinar en forma crítica, reflexiva y más allá de la Matemática.

2.1.4. Abordaje de los temas

A partir de esta situación inicial presentamos una situación problemática, analizamos la misma, resolvemos y concluimos con la definición de matrices, la notación, el ordenado por filas y columnas.

Los demás temas se van trabajando con un esquema semejante. Estos temas así como las operaciones con matrices son ejemplificados también por medio de situaciones problemáticas.

¿Cómo trabajar la interdisciplinariedad?

Una vez resuelta la situación problemática:

Una fábrica produce baterías para vehículos, de diferentes voltajes, en dos de sus plantas ubicadas en una zona no poblada de Lambaré y Capiatá, respectivamente.

Teniendo en cuenta las tablas siguientes:

Producción diaria

(en miles de unidades)

Planta \ Voltaje	6 VOLTS	12 VOLTS
P ₁	3	7
P ₂	1	2

Porcentaje de defectuosas y correctas según voltaje

Voltaje \ Calidad	defectuosas D	correctas C
6 volts	1%	99%
12 volts	2%	98%

1. Calculamos la producción diaria de baterías defectuosas y correctas.
2. Averiguamos en una fábrica qué destino se le da a las baterías defectuosas y por qué.



Proponemos la realización de la siguiente actividad:

- Visitamos el CRA e investigamos en textos de Física, Química y Ciencias Naturales sobre los siguientes puntos:
 - a. ¿Cuáles son las sustancias utilizadas para construir una batería?
 - b. ¿Qué reacción química hace que se genere una diferencia de potencial entre las terminales de una batería?
 - c. ¿Qué tipo de energía se genera a partir de las baterías?
 - d. ¿Pueden las baterías convertirse en contaminantes de los ecosistemas? ¿Por qué?

Bajo el título de **Actividades de fijación** se encuentran propuestas de trabajo, para afianzar cada tema desarrollado, enumerado para facilitar el trabajo de verificación.

En cada unidad, bajo el título **Ñaikumby porãve haġua**, están redactadas en lengua guaraní actividades de fijación, con la finalidad de afianzar las habilidades lingüísticas y comunicativas en el alumno y la alumna de este nivel, atendiendo las disposiciones del MEC.

Todos los problemas se resuelven siguiendo los pasos de Polya. Para la resolución del problema presentado se especifica cada paso seguido.

Además de las propuestas del texto, sugerimos trabajar en forma cooperativa con los alumnos y alumnas creando otras situaciones problemáticas, valiéndose de informaciones presentadas en tablas extraídas de diversos medios, como periódicos, revistas, internet, etc.; para luego compartir sus trabajos en el aula, en un marco de respeto a la opinión de los demás. Como ejemplo proponemos el siguiente.

Precio histórico del ganado en pie. Promedio anual (€/kg)



Clase A	Año 2001	Año 2002
novillos	2 296	2 573
vacas	2 078	2 285
Clase B	Año 2003	Año 2004
novillos	3 154	3 271
vacas	2 761	3 027

Cotización del ganado al gancho (€/kg)

Clase C	precio
Novillos	10 200
Vacas	9 900
Toros	9 000

Diario abc, Economía, viernes
20 de octubre, 2006

1. Escribo las tablas extraídas del periódico en forma de matrices

$$A = \begin{matrix} & \text{Año 2001} & \text{Año 2002} \\ \begin{pmatrix} 2\,296 & 2\,573 \\ 2\,078 & 2\,285 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$B = \begin{matrix} & \text{Año 2003} & \text{Año 2004} \\ \begin{pmatrix} 3\,154 & 3\,271 \\ 2\,761 & 3\,027 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$C = \begin{matrix} & \text{Precio (€/kg)} \\ \begin{pmatrix} 10\,200 \\ 9\,900 \\ 9\,000 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \\ \text{toros} \end{matrix} \end{matrix}$$

2. Clasifico las matrices anteriores y expreso el orden de cada una.

A Es una matriz cuadrada de orden: 2x2

B Es una matriz cuadrada de orden: 2x2

C Es una matriz columna de orden: 3x1

3. Escribo las transpuestas de las matrices:

$$A^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} \\ \begin{pmatrix} 2\,296 & 2\,078 \\ 2\,573 & 2\,285 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$B^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} \\ \begin{pmatrix} 3\,154 & 2\,761 \\ 3\,271 & 3\,027 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad C^t = \begin{matrix} \text{novillos} & \text{vacas} & \text{toros} \\ \begin{pmatrix} 10\,200 & 9\,900 & 9\,000 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

4. Si en el siguiente mes se duplica la cotización de ganado al gancho (matriz C), ¿cuál es la matriz que representaría esta información?

$$2C = \begin{matrix} & \text{Precio (€/kg)} \\ \begin{pmatrix} 20\,400 \\ 19\,800 \\ 18\,000 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{novillos} \\ \text{vacas} \\ \text{toros} \end{matrix} \end{matrix}$$

5. Describo el proceso seguido para realizar la actividad, las dificultades encontradas y cómo las fui salvando.

En el apartado **Trabajamos con proyectos** presentamos las etapas del mismo con algunas preguntas guías que posibilitan su elaboración. Incluimos en esta Guía un ejemplo de **proyecto**.

Las **Actividades de retroalimentación** son un banco de ítems que puede ser enriquecido por el docente, disponible para el momento que éste lo considere oportuno o



también cuando los alumnos y alumnas desean intensificar lo aprendido.

Las **Actividades de Autoevaluación** enfatizan los ítems de resolución de problemas que involucran las operaciones de matrices.

Bajo el título de **Resumimos** se presenta un breve esquema que comprende la definición y clasificación de matrices, que puede servir como marco para que los alumnos y alumnas revisen los temas aprendidos.

Para el proceso de retroalimentación:

Una vez resuelta la situación problemática del texto:

- Primero realizar una evaluación de los y las estudiantes, identificando cuáles son las capacidades logradas y aún no logradas.
- Luego registrar estos resultados en el RSA u otro, que ayude a identificar mejor las dificultades en el momento oportuno.
- Comunicar a los alumnos y alumnas estos resultados, lo que permitirá mejorar su aprendizaje y evitará volver a cometer los mismos errores.
- Por último, volver a trabajar las capacidades y sus respectivos temas que no fueron bien comprendidos, utilizando otras estrategias metodológicas o las mismas según se considere oportuno.

2.1.5. Algunos indicadores de evaluación

Corresponde a cada profesor o profesora la elaboración de los indicadores de evaluación, a partir de las capacidades desarrolladas y atendiendo a las orientaciones dadas en el proceso de aprendizaje.

Los indicadores deben referirse a un solo aspecto de la capacidad y ser lo más representativos posible. El enunciado se redacta en forma afirmativa y en tercera persona del singular.

Proponemos a modo de ejemplo algunos, que podrían servir para evaluar las capacidades trabajadas en esta unidad. Esta aclaración se aplica a las demás unidades.

- Escribe la matriz correspondiente a una tabla dada.
- Identifica los elementos de una matriz.
- Representa genéricamente la matriz dada.
- Calcula la adición de dos matrices.
- Efectúa la sustracción entre matrices.
- Halla el producto entre matrices.
- Determina los datos de un problema sobre la adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).
- Identifica las incógnitas de un problema sobre la adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).

- Establece la estrategia que se utiliza en un problema de adición (o sustracción o multiplicación) de matrices.
- Identifica la situación en que se utiliza adición de matrices (o sustracción o multiplicación de matrices según corresponda).
- Aprecia la utilidad de matrices para ordenar información.
- Demuestra interés para conseguir la solución de un problema.

2.1.6. Actividades complementarias

En este apartado presentamos otras actividades además de las ya propuestas en el texto, que pueden ser utilizadas para retroalimentar en el momento en que el docente lo considere oportuno. Las mismas también pueden proponerse como un trabajo de grupo.

A 1 Propuesta de actividad

TEMA Operaciones con matrices

OBJETIVO Resuelvo problemas que involucran las operaciones con matrices.

Analizo la pertinencia de las soluciones obtenidas.

DESARROLLO Presentamos la siguiente situación problemática:

La asociación de padres y estudiantes del 2.º curso crearon un taller de confección de cartucheras, bolsos y mochilas para recaudar fondos y con los mismos enriquecer la biblioteca.

Su producción en los meses de octubre (A) y noviembre (B) se representan en las siguientes matrices, discriminadas por tamaño pequeño (P), mediano (M) y grande (G).

$$A = \begin{matrix} & P & M & G \\ \begin{pmatrix} 30 & 100 & 40 \\ 10 & 80 & 20 \\ 70 & 120 & 60 \end{pmatrix} & \text{cartucheras} \\ & \text{bolsos} \\ & \text{mochilas} \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} & P & M & G \\ \begin{pmatrix} 40 & 120 & 50 \\ 25 & 90 & 30 \\ 76 & 130 & 80 \end{pmatrix} & \text{cartucheras} \\ & \text{bolsos} \\ & \text{mochilas} \end{matrix}$$

- Determinamos la matriz que representa la producción en ambos meses.
- Calculamos la diferencia de producción entre noviembre y octubre.
- Como en el mes de diciembre las ventas aumentan, la asociación desea producir el doble que en octubre. ¿Cuál será la matriz que representa la producción de diciembre?

COMPRENDEMOS EL PROBLEMA La producción de los 2 meses está expresada en forma de matrices.

Las incógnitas son: a) la producción en ambos meses, b) la diferencia de producción, c) la producción en el mes de diciembre.



DISEÑAMOS UN PLAN Efectuamos las operaciones de adición, sustracción y multiplicación de matrices.

EJECUTAMOS EL PLAN a. La matriz que representa la producción del taller en los meses de octubre y noviembre es:

$$A + B = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 70 & 220 & 90 \\ 35 & 170 & 50 \\ 146 & 250 & 140 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

b. La diferencia de la producción entre noviembre y octubre es:

$$B + (-A) = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 10 & 20 & 10 \\ 15 & 10 & 10 \\ 6 & 10 & 20 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

c. La producción de diciembre deberá ser:

$$2.A = \begin{matrix} & \begin{matrix} P & M & G \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 60 & 200 & 80 \\ 20 & 160 & 40 \\ 140 & 240 & 120 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{cartucheras} \\ \text{bolsos} \\ \text{mochilas} \end{matrix} \end{matrix}$$

EXAMINAMOS LA SOLUCIÓN Verificamos los resultados utilizando la calculadora.

Analizamos los procesos seguidos en cada paso y concluimos diciendo:

- Dadas dos matrices del mismo orden, la suma de ellas es otra matriz cuyos elementos se han obtenido al sumar directamente sus elementos correspondientes.
- Para restar dos matrices se restan los elementos correspondientes a cada matriz.
- Para multiplicar una matriz por un número, se multiplica cada elemento de la matriz por ese número.

P 1 Propuesta de proyecto

Con el título Trabajamos con proyectos se presenta en el texto un esquema del mismo con algunas preguntas guías que pueden servir para su elaboración. Aquí, proponemos a modo ejemplo el desarrollo de un proyecto. Para el efecto seguimos estas etapas:

1. Diagnóstico

- Teniendo en cuenta los continuos reclamos por el alto consumo de luz, agua y teléfono en nuestras casas y el problema que esto acarrea en el presupuesto familiar, nos reunimos con los compañeros y compañeras, resolvimos preparar un proyecto para afrontar este problema y aplicar nuestros conocimientos sobre matrices.

2. Planificación

a. **Denominación:** Uso adecuado de los servicios de agua, luz y teléfono.

b. **Eje temático:** Matrices.

Capacidad: Formula y resuelve situaciones problemáticas aplicando la multiplicación entre matrices.

c. **Localización física:** Nuestras casas y la comunidad educativa a la cual pertenecemos.

d. **Fundamentación:** El uso indiscriminado de los servicios tales como: agua, luz y teléfono en nuestros hogares, genera una fuerte erogación. De ahí la importancia de analizar y proponer acciones que permitan crear conciencia sobre el uso racional de estos servicios, y por consiguiente disminuir lo que se invierte en ellos.

e. **Beneficiarios:** Familias que conforman nuestra comunidad educativa.

f. **Duración del proyecto:** (a corto plazo) tres meses.

g. **Objetivos:**

- Identificar las causas de los altos costos de los servicios públicos (luz, agua, teléfono).
- Visualizar datos y operar con matrices según los requerimientos detectados.
- Implementar medidas para el uso racional de los servicios públicos.

h. **Actividades para la ejecución:**

- Formamos grupos de trabajo.
- Recolectamos las boletas de pago de los servicios básicos correspondientes a los últimos tres meses en nuestras casas.
- Construimos con ellas dos tablas: una con el consumo promedio trimestral de los servicios de tres familias, otra con el costo promedio sin IVA de los mismos.
- Expresamos las tablas en forma de matriz y hallamos el producto de las mismas.
- Analizamos los resultados obtenidos, sacamos conclusiones sobre sus implicancias.
- Escribimos y distribuimos carteles con las medidas que tomar para optimizar el uso de los servicios de agua, luz y teléfono disminuyendo sus costos.



- i. **Responsables:** Docentes y estudiantes del 2.º Curso del Nivel Medio.
- j. **Metodología:**
 - La investigación en facturas del servicio público del consumo y el costo de tres meses.
 - El aprendizaje cooperativo a través del intercambio de opiniones entre los estudiantes y el docente.
- k. **Recursos:**
 - Humanos: docentes, estudiantes, familiares y otros.
 - Didácticos: libro de texto, boletas de consumo de

- los servicios públicos y otros.
- Financieros: recursos propios del curso.

3. Etapa de ejecución

Nos organizamos, distribuimos las responsabilidades de las distintas actividades para llevar adelante el proyecto previsto, atendiendo nuestros objetivos.

4. Evaluación

Durante la implementación del proyecto y al finalizar nos reunimos para ver cómo nos va y hacer ajustes o ampliarlo si es necesario. Trabajamos con estas u otras preguntas para evaluar el proyecto:

Preguntas	Sí	No	¿Por qué?
¿Necesitó algunos ajustes el proyecto?			
¿Se presentaron obstáculos?			
¿Se solucionaron los obstáculos?			
¿Se aplicaron conceptos matemáticos estudiados?			
¿Se lograron los objetivos?			

Evaluamos nuestro desempeño grupal en el proyecto, completando esta ficha:

Preguntas	Sí	No	¿Cómo?
¿Analizamos los resultados obtenidos?			
¿Sacamos conclusiones válidas?			
¿Solucionamos los obstáculos presentados?			
¿Aplicamos los conceptos matemáticos estudiados?			
¿Evitamos actitudes/gestos discriminatorios?			

Evaluamos nuestro aprendizaje con los siguientes indicadores para verificar el logro de la capacidad:

Indicadores	Logrado	Aún no logrado
Construyo tablas con los datos recolectados.		
Expreso las tablas en forma de matrices.		
Determino la operación que realizar para resolver el problema.		
Hallo el producto entre matrices.		
Verifico el resultado obtenido.		
Interpreto el resultado.		



UNIDAD 2

2.2

Determinante

2.2.1. Capacidades

- Utiliza distintos métodos en el cálculo del determinante de matrices cuadradas de segundo y tercer orden.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas donde intervengan sistemas de ecuaciones con dos o tres incógnitas, aplicando la regla de Cramer.

2.2.2. Temas

- Determinante. Concepto.
- Determinante de una matriz cuadrada de orden 2.
- Determinante de una matriz cuadrada de orden 3.
- Regla de Sarrus.
- Propiedades de los determinantes.
- Regla de Cramer.

2.2.3. Evaluación diagnóstica

En esta propuesta de prueba diagnóstica sugerimos algunas actividades sobre: productos de matrices, propiedades, juegos de razonamientos lógicos, por considerar oportunas al inicio de esta unidad.

2.2.4. Propuesta de evaluación diagnóstica

1. Expresa el sistema de ecuaciones lineales como producto de matrices.

$$2x + y = 782$$

$$3x - y = 382$$

Respuesta:
$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 782 \\ 382 \end{pmatrix}$$

2. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Comprueba que $(AB)^t = B^t \cdot A^t$

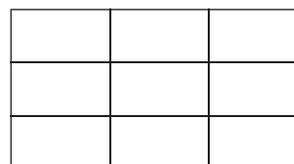
Respuesta:
$$\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

demostrar que $(AB)^2 \neq A^2B^2$.

4. La cantidad de rectángulos diferentes que se pueden encontrar en la figura es:

- a. 10
- b. 16
- c. 36
- d. 9



Respuesta: c

5. En la granja del papá de Daniel hay en total 80 animales: 35 vacas, 28 patos, 2 perros y el resto son gallinas. ¿Cuántas patas en total puede contar Daniel?

- a. 234
- b. 140
- c. 64
- d. 15

Respuesta: a

6. El cuadro de abajo registra los resultados obtenidos por cuatro equipos en un torneo en que todos se enfrentaron una vez.

Equipo	Victorias	Empates	Derrotas
A	0	1	2
B	2	1	0
C	0	2	1
D	1	2	0

- a Representa la matriz $R = (a_{ij})$ correspondiente.
- b ¿Cuál es el orden de la matriz R?
- c ¿Cuál fue la clasificación final del torneo?



Respuestas:

a.
$$R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

b. 4×3

c. El equipo B estuvo el primer lugar y el equipo D el segundo lugar

Orientaciones importantes

Para que el estudiante incorpore y use eficientemente la metacognición, es importante observarlo y retroalimentarlo durante el proceso de resolver problemas. La discusión entre grupos pequeños de estudiantes al resolver problemas puede ayudar al desarrollo de la capacidad.

Schoenfeld recomienda que el docente monitoree el trabajo de cada uno de los grupos y los haga reflexionar con preguntas tales como: ¿Qué están haciendo? ¿Por qué lo están haciendo? ¿Qué harán con los resultados cuando los obtengan?

Además es importante que los integrantes del grupo respeten las ideas de cada participante y que al final, ellos mismos realicen la metacognición, es decir:

- describan el proceso seguido,
- fundamenten cada paso y
- reflexionen.

Algunas preguntas que servirán para la metacognición son:

- ¿Cómo llegué al resultado?
- ¿Cómo sé que la solución que obtuve es correcta?
- ¿Puedo encontrar otra forma o método para resolver este problema?
- ¿Qué aspecto no me quedó bien claro?
- ¿Qué estrategia utilicé para resolver el problema?
- ¿En qué me puede ayudar la solución de este problema?
- ¿Cuál es el camino más viable?

Las actividades de fijación y retroalimentación presentadas en esta unidad permiten trabajar:

2.3.3. Los transversales

- Educación familiar y desarrollo personal: ¿Qué forma de relación deben tener los hermanos entre sí?
- Educación democrática: Opinamos sobre las conductas que se observan en las canchas de fútbol. Vemos de qué forma se puede alentar a los equipos, sin molestar a los demás.

La interdisciplinariedad

- Pedir al alumno y la alumna consultar al profesor o profesora del área de Educación Física, las reglas de juego del fútbol, solicitadas.
- Responder las preguntas formuladas en el problema, con ayuda de los profesores de Química, Ciencias Naturales y Salud.

2.3.4. Algunos indicadores de evaluación

- Calcula el determinante de una matriz cuadrada de orden 2.
- Calcula el determinante de una matriz cuadrada de orden 3 utilizando la regla de Sarrus.
- Halla el determinante de una matriz aplicando el método correspondiente.
- Halla la solución de un sistema de ecuaciones lineales aplicando la regla de Cramer.
- Aplica la regla de Cramer en la resolución de problemas.
- Argumenta la respuesta obtenida al resolver el problema.
- Participa en los trabajos de grupo.

2.3.5. Actividades complementarias

En este apartado sugerimos algunas actividades, además de las propuestas en el texto que servirán para retroalimentar lo aprendido, las mismas pueden realizarse como un trabajo en equipo.



A 1 Propuesta de actividad

TEMA Determinante. Concepto. Aplicación de la Regla de Cramer.

OBJETIVO Aplico el método de determinante en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Reconozco la importancia de la verificación de los resultados obtenidos en la solución de problemas.

DESARROLLO Presentamos la siguiente situación problemática:

La suma de dos capitales es de ₡ 300 000 y la suma de los intereses producidos por ellos es de ₡ 18 600. ¿Cuáles son esos capitales, si se sabe que el primero se prestó al 5% y el segundo al 8%?

Planteamos el problema:

$$x + y = 300\,000 \quad (1)$$

$$0,05x + 0,08y = 18\,600 \quad (2)$$

Escribimos la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,05 & 0,08 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300\,000 \\ 18\,600 \end{pmatrix}$$

Para resolver este sistema utilizamos el método de determinante. Veamos previamente cómo se calcula el determinante de una matriz, en nuestro ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0,05 & 0,08 \end{pmatrix} \quad ; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0,05 & 0,08 \end{vmatrix}$$

Se trata de una matriz cuadrada de segundo orden. Hallamos la diferencia de los productos de los elementos de la diagonal principal y de los elementos de la diagonal secundaria:

$(1 \times 0,08) - (1 \times 0,05) = 0,03$ este valor es el determinante de nuestra matriz y se anota generalmente así: $\Delta = 0,03 = 3\%$

Para resolver el sistema usaremos la Regla de Cramer, que propone:

- 1.º El cálculo del determinante formado por los coeficientes de x e y , ya calculados anteriormente
- 2.º El cálculo del determinante Δ_x se obtiene sacando los coeficientes de x de la matriz A colocando en su lugar los términos independientes:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 300\,000 & 1 \\ 18\,600 & 0,08 \end{vmatrix} = (300\,000 \times 0,08) - (18\,600 \times 1)$$

$$\Delta_x = 5\,400$$

Para el cálculo de x se obtiene así:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{5\,400}{0,03}$$

$$x = 180\,000 \text{ ₡}$$

- 3.º El cálculo del determinante Δ_y se obtiene quitando en Δ los coeficientes de y ; y colocando los términos independientes:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 300\,000 \\ 0,05 & 18\,600 \end{vmatrix} = (1 \times 18\,600) - (0,05 \times 300\,000) = 3\,600$$

Para el cálculo de y , obtenemos así:

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{3\,600}{0,03}$$

$$y = 120\,000 \text{ ₡}$$

Verificamos, reemplazando en la ecuación (1) los valores de x e y por los resultados obtenidos:

$$x + y = 300\,000$$

$$180\,000 + 120\,000 = 300\,000$$

Luego: Los capitales son ₡ 180 000 y ₡ 120 000



UNIDAD 3

2.3

Cónicas

2.3.1. Capacidades

- Resuelve situaciones problemáticas en las que intervengan secciones cónicas.

2.3.2. Temas

Secciones cónicas y lugares geométricos.

Circunferencia: ecuación, centro en el origen y fuera de él, radio, representación gráfica. Intersección con una recta.

Parábola: ecuación, vértice en el origen y fuera de él, foco, lado recto, directriz, representación gráfica. Intersección con una recta.

Elipse: ecuación, vértices, focos, excentricidad, centro en el origen, representación gráfica. Intersección con una recta.

2.3.3. Página de apertura

Como actividad inicial proponemos la lectura y un breve comentario sobre un dibujo de Leonardo Da Vinci que vincula a la circunferencia con el cuerpo humano.

2.3.4. Abordaje de los temas

En la Geometría Euclidiana estudiamos la circunferencia, cuyos elementos necesarios para su trazado son su centro y su radio; en la Geometría Analítica estudiamos esta curva en el plano cartesiano.

Para determinar la ecuación de la circunferencia, utilizamos el concepto de distancia entre dos puntos, que son el centro de la circunferencia y un punto de ella.

Es importante resolver las actividades propuestas en el texto y graficar cada situación. El estudiante podrá distinguir así las distintas posiciones de la circunferencia, a través de sus ecuaciones.

Para hallar la ecuación de una recta tangente a la circunferencia, es importante que el estudiante identifique el punto de tangencia, la condición de perpendicularidad entre el radio y la recta tangente.

Para determinar los puntos de intersección de una recta y una circunferencia, hacer ver al alumno o alumna que estamos en presencia de un sistema de ecuaciones cuadráticas y que resolviendo el mismo por el método de determinantes, se obtienen los puntos de intersección. Para el docente es la oportunidad de englobar ambos temas y desarrollarlos de una sola vez.

Las Actividades de fijación y retroalimentación propuestas permiten al alumno y a la alumna interpretar y verificar analíticamente y gráficamente los resultados obtenidos, que posibilita el logro de las capacidades establecidas en la unidad.

Sugerimos que las actividades de autoevaluación propuestas sirvan como trabajo práctico y sean evaluadas posteriormente por el docente.

2.3.5. Algunos indicadores de evaluación

- Indica los elementos de la circunferencia en un gráfico.
- Halla la ecuación de una circunferencia a partir de elementos dados.
- Traza el gráfico de la circunferencia con el compás.
- Calcula el centro y radio de una circunferencia conociendo su ecuación general.
- Determina la ecuación general de la circunferencia a partir de las coordenadas de su centro y su radio.
- Halla el punto de intersección de la recta con la circunferencia.
- Determina la ecuación de la recta tangente a la circunferencia.
- Reconoce la importancia de interpretar información a partir de la representación gráfica de la circunferencia.
- Utiliza diferentes estrategias de resolución.

2.3.6. Actividades complementarias

Para un trabajo grupal, presentamos las siguientes actividades.

A 1 Propuesta de actividad

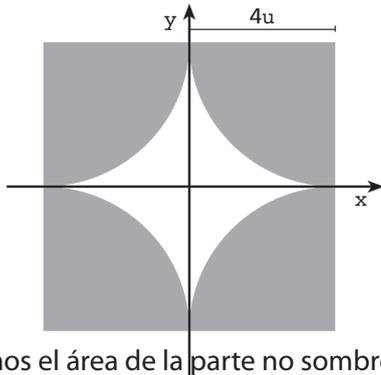
TEMA Circunferencia. Elementos. Ecuaciones.

OBJETIVO Determino la ecuación de la circunferencia, en situaciones dadas.

Trazo la gráfica de la circunferencia en el plano cartesiano a partir de su centro y radio utilizando compás.

DESARROLLO Partimos de la siguiente situación problemática:

Dado el siguiente gráfico que representa un mosaico:

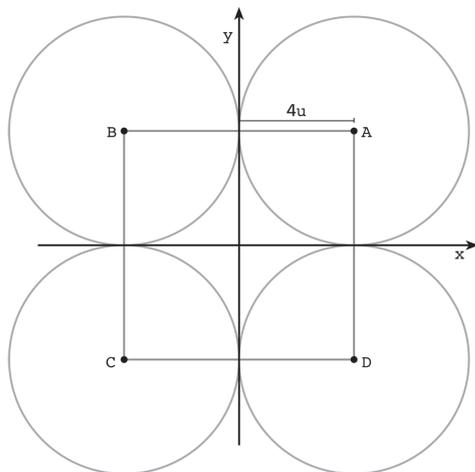


- Hallamos el área de la parte no sombreada.
- Escribimos las coordenadas de los vértices del cuadrado.
- Completamos las circunferencias de cada cuadrante.
- Determinamos la ecuación de cada circunferencia trazada.

Solucionamos

1. Hallamos el área del cuadrado: $A = (8u)^2 = 64u^2$
 Luego el área de la circunferencia formada por las partes sombreadas: $A = \pi r^2 = 16\pi u^2$
 El área de la parte no sombreada es: $64 - 16\pi = 16(4 - \pi)u^2$

- Las coordenadas de cada vértice son:
 A. (4, 4); B. (-4, 4);
 C. (-4, -4) D. (4, -4)
- Completamos el trazado



- Conociendo el centro y el radio de cada una de las circunferencias, podemos escribir sus ecuaciones:
 Para C (4, 4) y radio $r = 4 \longrightarrow (x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 Para C (-4, 4) y $r = 4 \longrightarrow (x + 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$
 Para C (-4, -4) y $r = 4 \longrightarrow (x + 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$
 Para C (4, -4) y radio $r = 4 \longrightarrow (x - 4)^2 + (y + 4)^2 = 16$

Esta actividad se puede ampliar pidiendo a la clase que planteen otras situaciones similares, utilizando otros mosaicos creados por ellos mismos.

A 2 Propuesta de actividad

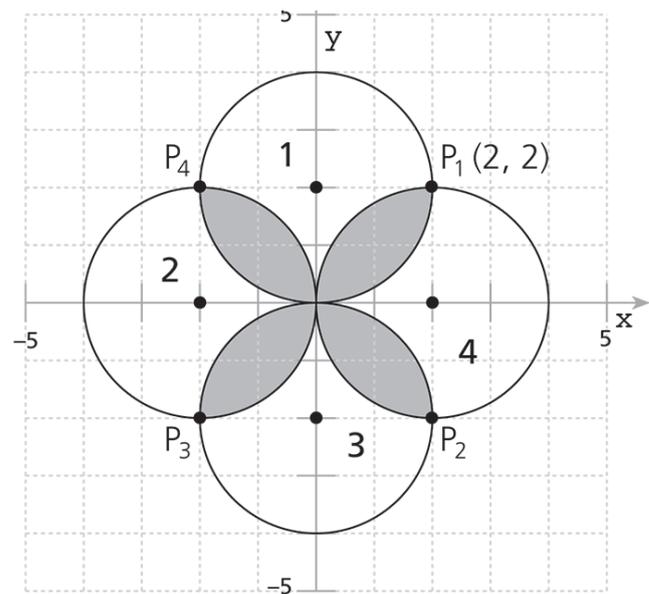
TEMA Circunferencia. Ecuación canónica y general. Intersecciones.

OBJETIVO Análisis de las ecuaciones canónicas de circunferencias dadas.

Hallo la ecuación general y el punto de intersección entre las circunferencias.

DESARROLLO Dadas las ecuaciones canónicas graficamos las siguientes circunferencias:

- $(x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- $(x + 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$
- $(x - 0)^2 + (y + 2)^2 = 4$
- $(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$





Actividad 1

Analizo las ecuaciones.

- $(x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 4$ $C(h, k) = (0, 2); R = 2$
- $(x + 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$ $C(-2, 0); R = 2$
- $(x - 0)^2 + (y + 2)^2 = 4$ $C(0, -2); R = 2$
- $(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$ $C(2, 0); R = 2$

Actividad 2

Escribo las ecuaciones generales ($x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$)

- $(x - 0)^2 + (y - 2)^2 = 4$
 $x^2 + y^2 - 4y + \cancel{4} - \cancel{4} = 0$
 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ ecuación general
- $(x + 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$
 $x^2 + 4x + \cancel{4} + y^2 - \cancel{4} = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ ecuación general
- $(x - 0)^2 + (y + 2)^2 = 4$
 $x^2 + y^2 - 4y + \cancel{4} - \cancel{4} = 0$
 $x^2 + y^2 - 4y = 0$ ecuación general
- $(x - 2)^2 + (y - 0)^2 = 4$
 $x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4 = 0$
 $x^2 + y^2 - 4x = 0$ ecuación general

Actividad 3

Intersectamos la 1 con la 4 y hallamos P_1 ; de la siguiente manera:

- $x^2 + y^2 - 4y = 0$
- $x^2 + y^2 - 4x = 0$

$x^2 + y^2 = 4y$ —
 $x^2 + y^2 = 4x$ — Como los primeros miembros son iguales, los segundos también serán iguales.

$y = x$ Se lleva en — $4y = 4x \dots (\div 4)$
 $x^2 + (x^2) - 4(x) = 0$
 $x^2 + x^2 - 4x = 0$ — $y = x$
 $2x^2 - 4x = 0$ $(0, 0) (2, 2)$
 $2x(x - 2) = 0$
 $x_1 = 0 \quad x_2 = 2$ Son los puntos de intersección de la 1 con la 4.
 Los dos valores reemplazo en —

A 3 Propuesta de actividad

TEMA Construcción de circunferencias concéntricas.

OBJETIVO Construyo circunferencias utilizando la técnica del hilorama.

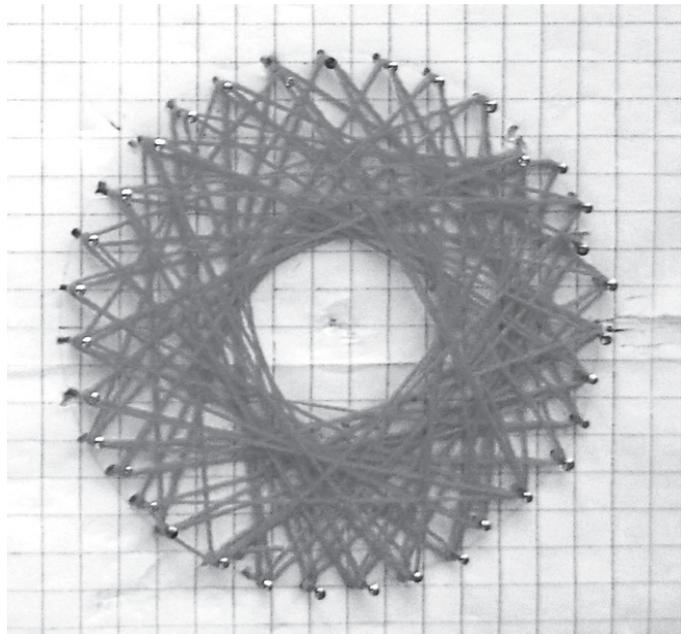
Utilizo conceptos matemáticos en la construcción de circunferencias.

Determino las ecuaciones de las circunferencias obtenidas.

Escribo las ecuaciones de los diámetros centrales.

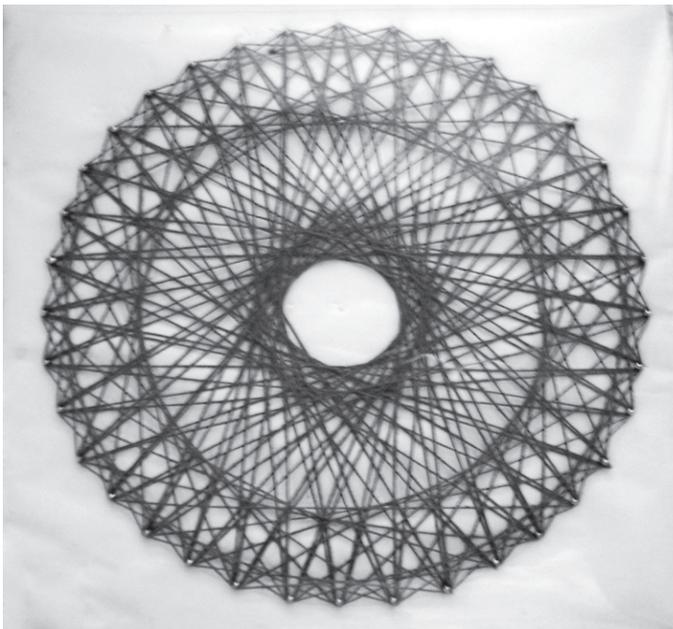
MATERIALES Isopor, alfileres, hilos de bordar, tijera

DESARROLLO





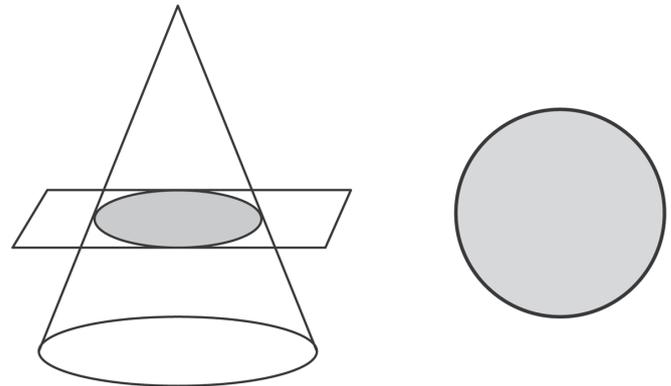
- Preparamos el material cortando en forma cuadrangular o rectangular el *isopor*.
- Trazamos con el compás una circunferencia con un radio cualquiera (en este caso 3,5 cm).
- Colocamos los alfileres alrededor de la circunferencia a una misma distancia uno de otro con ayuda del transportador.
- Atamos el hilo por 1 alfiler para empezar a unir 3 alfileres formando triángulos uno seguido del otro alrededor de toda la circunferencia; notándose en la región central una circunferencia concéntrica de menor radio que la trazada inicialmente, como se observa en la fotografía de la izquierda.
- Medimos el radio de ambas circunferencias.
- Escribimos las ecuaciones de las circunferencias concéntricas, $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 3,5^2$.
- Los diámetros centrales tienen como ecuación $y = 0$ (eje de las abscisas) y $x = 0$ (eje de ordenadas).
- Sugerimos a la clase la aplicación de esta técnica creando otros hilogramas, como el de la fotografía de abajo.



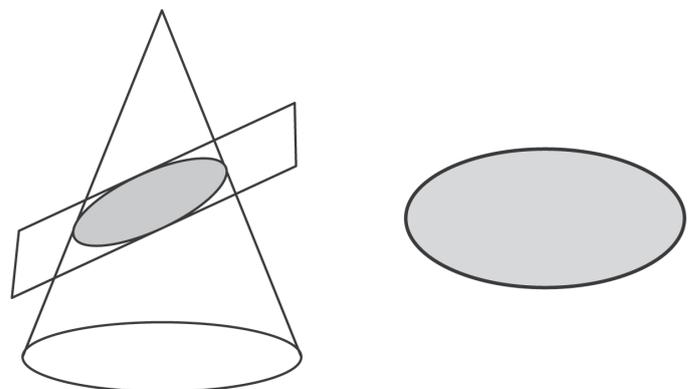
2.3.7. Abordaje de los temas

Las cónicas son curvas que surgen al cortar un cono de revolución por un plano. El corte depende de la inclinación del plano respecto del eje del cono para obtener la parábola, la elipse, la circunferencia y la hipérbola. Esto se puede realizar experimentalmente:

1. Modelamos un cono utilizando arcilla, plastilina u otro material. Luego utilizamos una lámina fina cortante (cúter de hoja ancha) seccionamos el cono de las siguientes maneras:
 - a. Si el plano es perpendicular al eje se obtiene una **circunferencia**

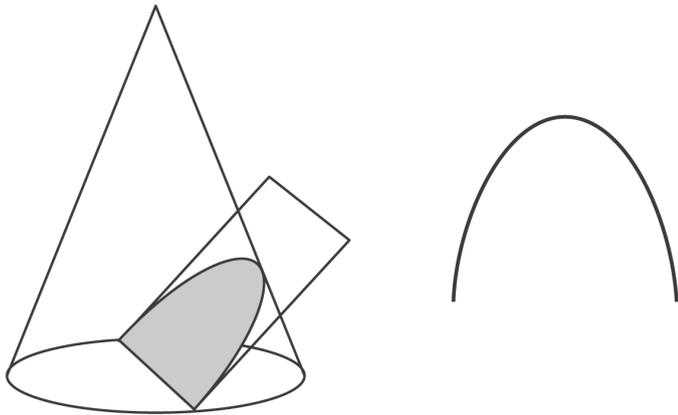


- b. Si inclinamos el plano cortante de tal forma que corte a toda la superficie cónica, la intersección es una curva cerrada ovalada, llamada **elipse**.

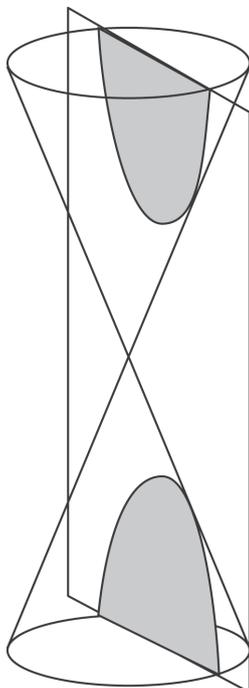




- c. Si inclinamos más el plano cortante de forma que quede paralelo a la generatriz del cono, entonces la intersección es una línea curva abierta llamada **parábola**.



- d. En el siguiente experimento construimos dos conos como muestra la figura. Si el plano es paralelo a las dos generatrices la intersección son dos curvas abiertas una arriba y otra abajo, resulta así una **hipérbola**.



Una vez concluido el experimento realizamos la siguiente actividad:

Pareamos las curvas según el experimento realizado.

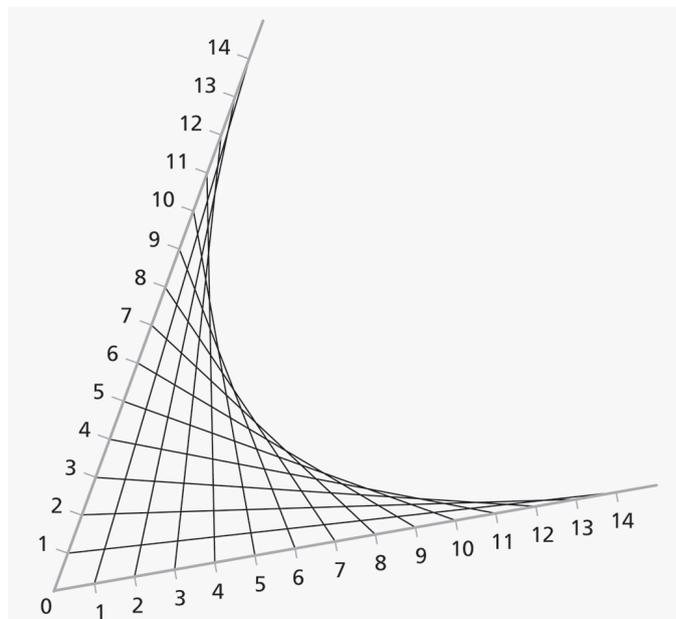
- a. elipse () La intersección es una curva abierta.
- b. hipérbola () Cuando el plano de intersección es perpendicular al eje.
- c. circunferencia () Cuando la intersección es una curva ovalada.
- d. parábola () Si el plano es paralelo a las dos generatrices.

Concluimos que según el corte que le damos al cono obtenemos las curvas llamadas cónicas.

Parábola

Una estrategia para la mejor comprensión del concepto de parábola como lugar geométrico, sería la construcción gráfica de la misma y a partir de esta estudiar sus elementos. En el texto proponemos construir la parábola utilizando regla y compás.

Aquí sugerimos un método sencillo, conocido como «método del sastre»:



- Dibujamos un ángulo cualquiera tomamos divisiones iguales en cada uno de los lados y enumeramos empezando en ambos casos por el vértice. En este ejemplo del 0 al 14 en ambos lados
- Unimos los puntos cuyos valores suman, en este caso 15. Por ejemplo 1 y 14, 2 y 13, y así sucesivamente hasta completar todas las combinaciones.
- Obtenemos la curva de la parábola como observamos en el gráfico.



Es conveniente que el estudiante, junto con el profesor, deduzcan la ecuación de la parábola con vértice en el origen, de aquellos casos que no fueron demostrados en el texto. Esto forma parte del proceso de construcción de su conocimiento matemático en un marco de trabajo cooperativo.

Utilización del recurso tecnológico en la construcción de la parábola.

Como recurso tecnológico proponemos la computadora para graficar la parábola $y = ax^2$, analizar la variación de las funciones e interpretar gráficos. A continuación, explicamos el procedimiento:

- 1 En la hoja de cálculo en la columna A se especifican los valores dados a «X»; en la columna B para $a = 1$, la función es $y = x^2$, los valores de «Y» se obtienen insertando sucesivamente en la columna B las fórmulas, por ejemplo en la celda (3,B) = $1 * A3^2$.
- 2 En la columna C, para $a = 2$, la función es $y = 2x^2$, los valores de «Y» se obtienen insertando sucesivamente en la columna C las fórmulas, por ejemplo en la celda (3,C) = $2 * A3^2$.
- 3 Para las columnas siguientes se procede de la misma manera.
- 4 Se seleccionan las columnas A, B, C, D, E y F para insertar un gráfico de dispersión con puntos de datos conectados por líneas. Al finalizar se obtiene la gráfica de 5 parábolas.

Para ampliar el estudio sugerimos proponer a la clase que realice la misma actividad para la función $y = -ax^2$.

Elipse

Iniciamos el tema con la construcción de la elipse por el «método del jardinero», cuya aplicación permite al estudiante una mejor comprensión de la curva en estudio.

Una vez construida la elipse se estudian sus elementos. La relación entre el eje mayor, eje menor y distancia focal se deduce utilizando el Teorema de Pitágoras.

Proponemos también la construcción de la elipse con regla y compás.

Es importante deducir las ecuaciones de la elipse con centro en el origen de coordenadas cuando sus focos se encuentran sobre el eje de las abscisas y sobre el eje de ordenadas.

Recomendamos la solución de los problemas propuestos donde el estudiante podrá visualizar la aplicación del estudio de esta cónica en situaciones reales.

Se propone una **investigación bibliográfica** sobre los cuerpos celestes que forman nuestro Sistema Solar Planetario, visitando el CRA.

Los problemas resueltos y los propuestos referidos a la Astronomía permiten trabajar contenidos de Ciencias Naturales y Salud.

2.3.8. Algunos indicadores de evaluación

- Identifica los elementos de una parábola (o elipse).
- Halla la ecuación de una parábola (o elipse) a partir de elementos dados.
- Traza el gráfico de la parábola (o elipse) a partir de su ecuación.
- Calcula los elementos de la parábola (o elipse) conociendo su ecuación.
- Interpreta el gráfico construido de la parábola (o elipse).
- Reconoce la importancia de interpretar información a partir de la representación gráfica de la parábola (o elipse).
- Utiliza la computadora en el análisis de la variación de una función $y = ax^2$
- Demuestra interés en el trabajo de clase.

2.3.9. Actividades complementarias

A 4 Propuesta de actividad

TEMA Elipse. Aplicación en problemas.

OBJETIVO Resuelvo problemas aplicando el concepto de elipse.

DESARROLLO Presentamos las siguientes situaciones problemáticas:

- Una lata de sardina de forma elíptica tiene las siguientes dimensiones:
 - Eje mayor: $2a = 10$ cm
 - Eje menor: $2b = 6$ cm
1. Determinamos la distancia focal y su excentricidad
 2. Escribimos la ecuación de la elipse
 3. Graficamos la elipse
 4. Investigo otro objeto de forma elíptica, tomo sus medidas y formulo un problema similar al anterior

Solucionamos

1. $2a = 10$ cm $a = 5$ cm
 $2b = 6$ cm $b = 3$ cm

Aplicando Pitágoras calculamos la semidistancia focal
 $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 9 = 16$ $c = 4$ cm

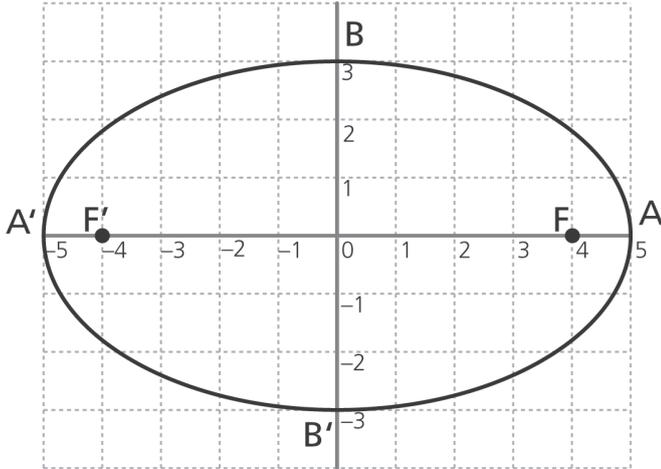


2. Escribimos la ecuación de la elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

3. Graficamos

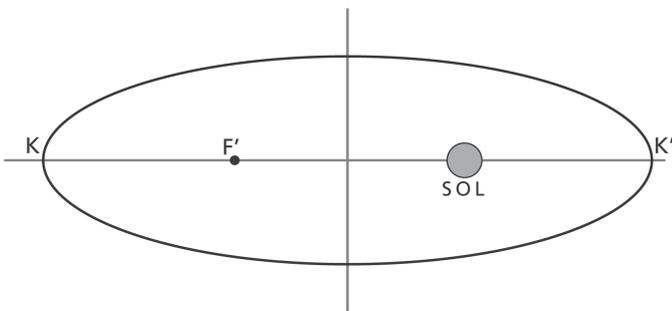


El punto 4 se puede proponer como un trabajo individual. El alumno o alumna busque un objeto de forma elíptica, tomen las medidas de sus ejes mayor y menor y a partir de estas determinen la distancia focal, su excentricidad y escriba la ecuación de la curva.

- La órbita de los cometas periódicos es una elipse con el sol situado en uno de los focos. La máxima distancia del cometa Kohoutec al Sol es de 800 millones de kilómetros y la mínima de 266 millones de kilómetros.

1. Hallamos el semieje mayor y la distancia focal.
2. Calculamos la excentricidad de la órbita del cometa Kohoutec.

Solución: • Modelizamos



1. Sumando las distancias máximas y mínimas del cometa al Sol, obtenemos la medida del eje mayor de la elipse:

$$2a = 800 \cdot 10^6 + 266 \cdot 10^6 = 1\,066 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$a = 533 \cdot 10^6 \text{ km} \quad \text{semieje mayor}$$

Restando del semieje mayor la mínima distancia del cometa al sol obtenemos su semidistancia focal:

$$c = 533 \cdot 10^6 - 266 \cdot 10^6 = 267 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$2c = 534 \cdot 10^6 \text{ km} \quad \text{distancia focal}$$

2. Calculamos su excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = 267 \cdot 10^6 : 533 \cdot 10^6 = 0,5 \quad \text{excentricidad}$$

- El semieje mayor es de $533 \cdot 10^6$ km; la distancia focal es de $537 \cdot 10^6$ km y su excentricidad es 0,5.

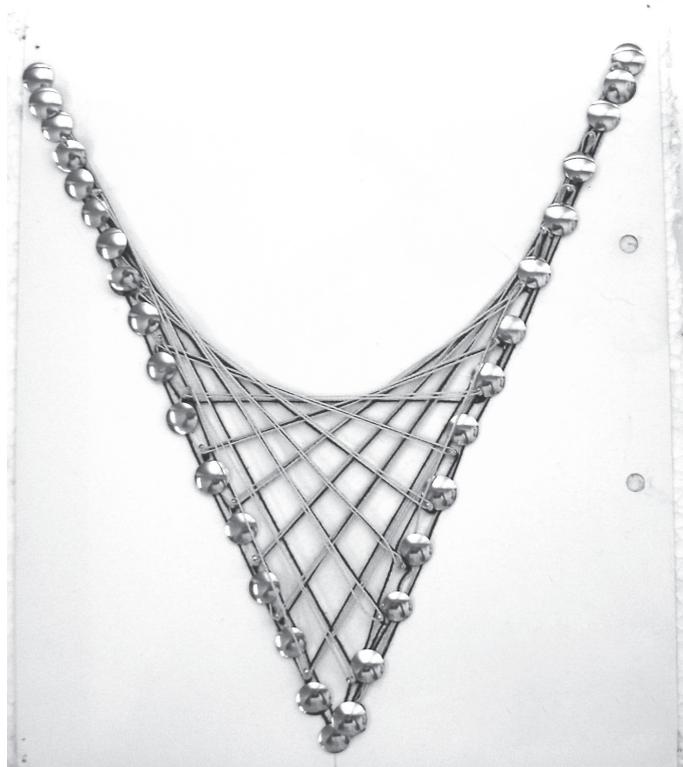
A 5 Propuesta de actividad

TEMA Construcción de la parábola.

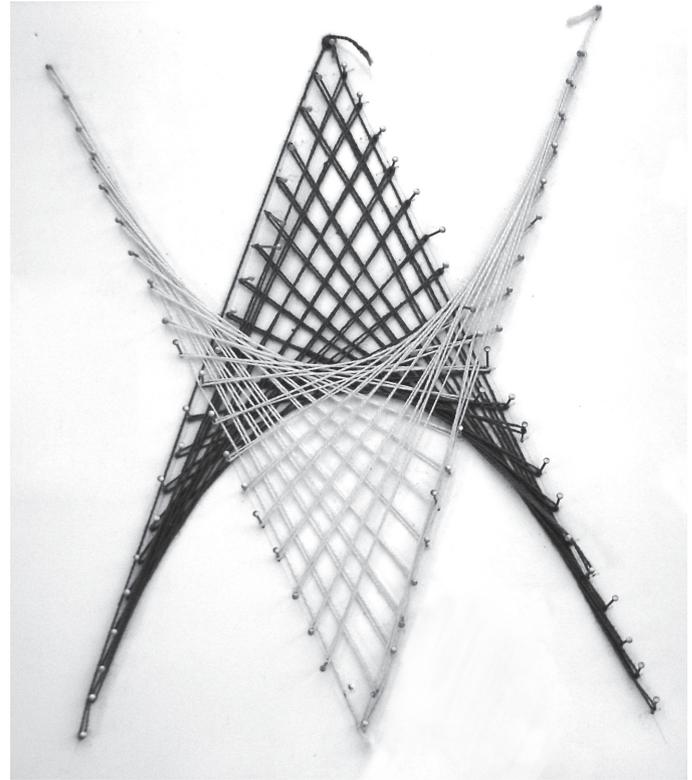
OBJETIVO Construyo la parábola utilizando el método del sastre y del hilorama.

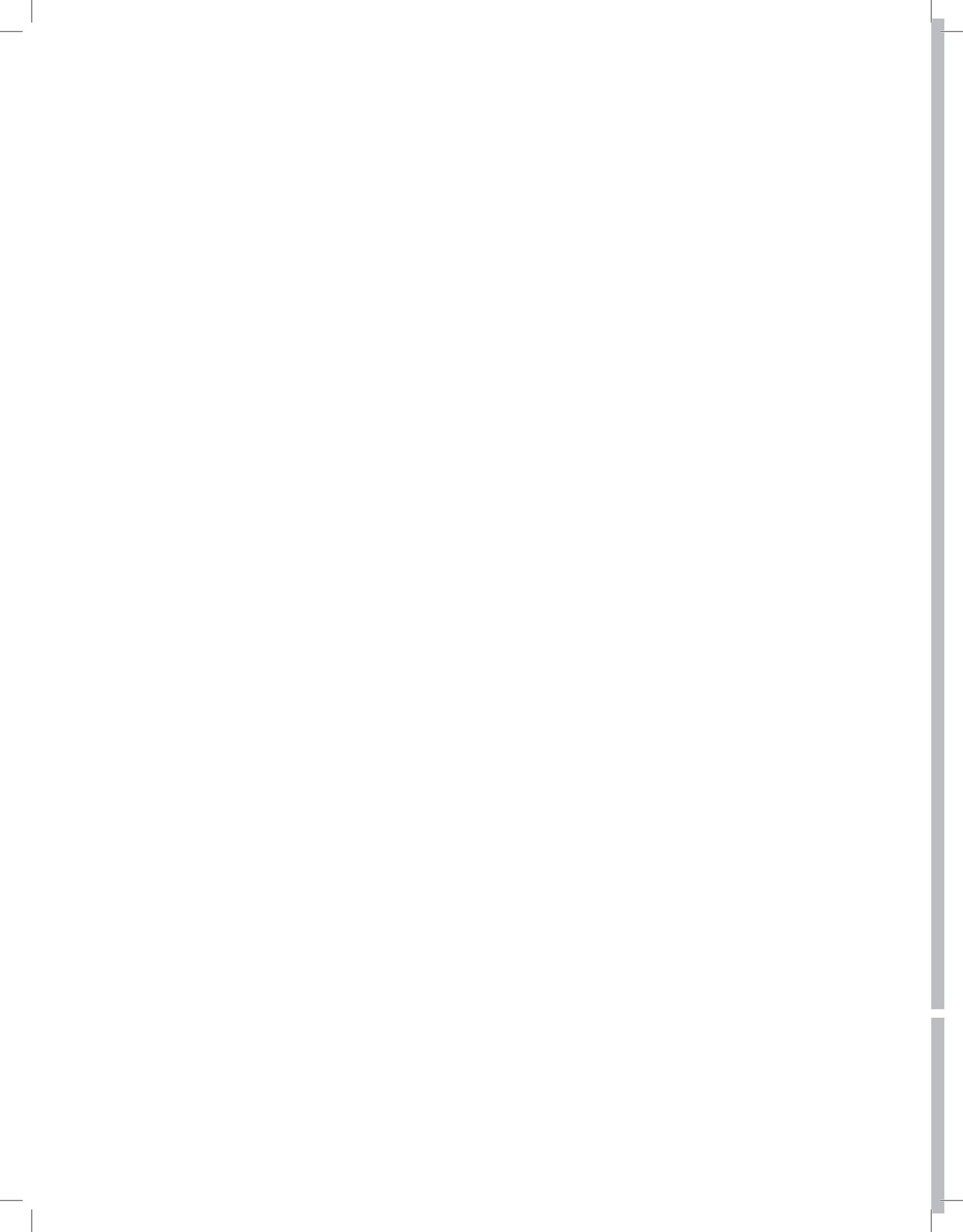
MATERIALES Isopor, papel cuadriculado, regla, hilos de bordar, tijera, alfileres.

DESARROLLO



- Preparamos un pedazo de *isopor* forrado con papel cuadriculado.
- Trazamos en el pedazo de *isopor* forrado un ángulo cualquiera con la regla y los lados numeramos del 0 hasta el número 13; en esos puntos colocamos los alfileres para luego unir los puntos cuyos valores sumen 14.
- Unimos los extremos con el hilo de bordar, por ejemplo: el 1 con el 13, el 2 con el 12, el 3 con el 11 y así sucesivamente; esto realizamos en forma envolvente de manera que al terminar de unir los puntos aparece la curva parabólica, como se muestra en la fotografía de la izquierda.
- Sugerimos a la clase crear otros diseños como el de la fotografía de la derecha, utilizando la técnica del hilorama.





3

Estrategias de aprendizaje «Matemática 2»



3 Estrategias de aprendizaje

Inicialmente es importante considerar la implicancia de los términos ESTRATEGIA y APRENDIZAJE, a fin de precisar una definición del tema a tratar en este apartado.

El término estrategia puede emplearse en distintos ámbitos como sinónimo de un proceso basado en una serie de premisas que buscan obtener un resultado específico, por lo general beneficioso. La misma constituye los principios y las rutas fundamentales que orientarán el proceso para alcanzar los objetivos a los que se desea llegar. En el contexto pedagógico, la estrategia, es una puesta en práctica de la inteligencia y el raciocinio por medio de la implementación de una serie de técnicas para el desarrollo de la enseñanza.

El aprendizaje es la adquisición de nuevas conductas de un ser vivo a partir de experiencias previas, con el fin de conseguir una mejor adaptación al medio físico y social en el que se desenvuelve. Es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación. El aprendizaje se define como el cambio de la conducta de una persona a partir de una experiencia, es la consecuencia de aprender a aprender.

Las estrategias de aprendizaje son el modo en que enseñamos a nuestros estudiantes, es decir, la forma de aprovechar al máximo sus posibilidades de una manera

constructiva y eficiente. Está demostrado que las mismas juegan un papel muy importante en todo el proceso de enseñanza aprendizaje.

Podemos afirmar que las estrategias de aprendizaje constituyen el proceso mediante el cual se interiorizan mejor los conocimientos, son guías de las acciones a seguir que ayudan a tomar una decisión consciente sobre el procedimiento que hay que utilizar, a fin de lograr el objetivo de aprendizaje.

Se puede definir a la estrategia de aprendizaje como el proceso por el cual el docente o el estudiante elige, observa, piensa y aplica los procedimientos adecuados para conseguir un fin. "Son procedimientos flexibles que pueden incluir técnicas... Su aplicación es intencionada, consciente y controlada... requiere la aplicación de conocimientos metacognitivos, de lo contrario se confundirá con las técnicas" (Díaz Barriga Areco. p.179).

Como docentes debemos aprovechar al máximo no solo las posibilidades del estudiante sino también las nuestras. En estos últimos años han ido surgiendo diferentes formas de aprender y de enseñar, es decir diferentes estrategias, es importante conocerlas y ponerlas en práctica. Procedimientos de las estrategias de aprendizaje.

Durante el proceso de aprendizaje es esencial ver lo que realiza el estudiante, su progreso se debe considerar no sólo por los resultados sino como lo está consiguiendo,

o sea el "durante". Cuando un estudiante emplea una estrategia es capaz de ajustar su comportamiento a una actividad y así lograr el objetivo. Para que la actividad de un estudiante sea considerada como estrategia el mismo debe seguir básicamente los siguientes pasos:

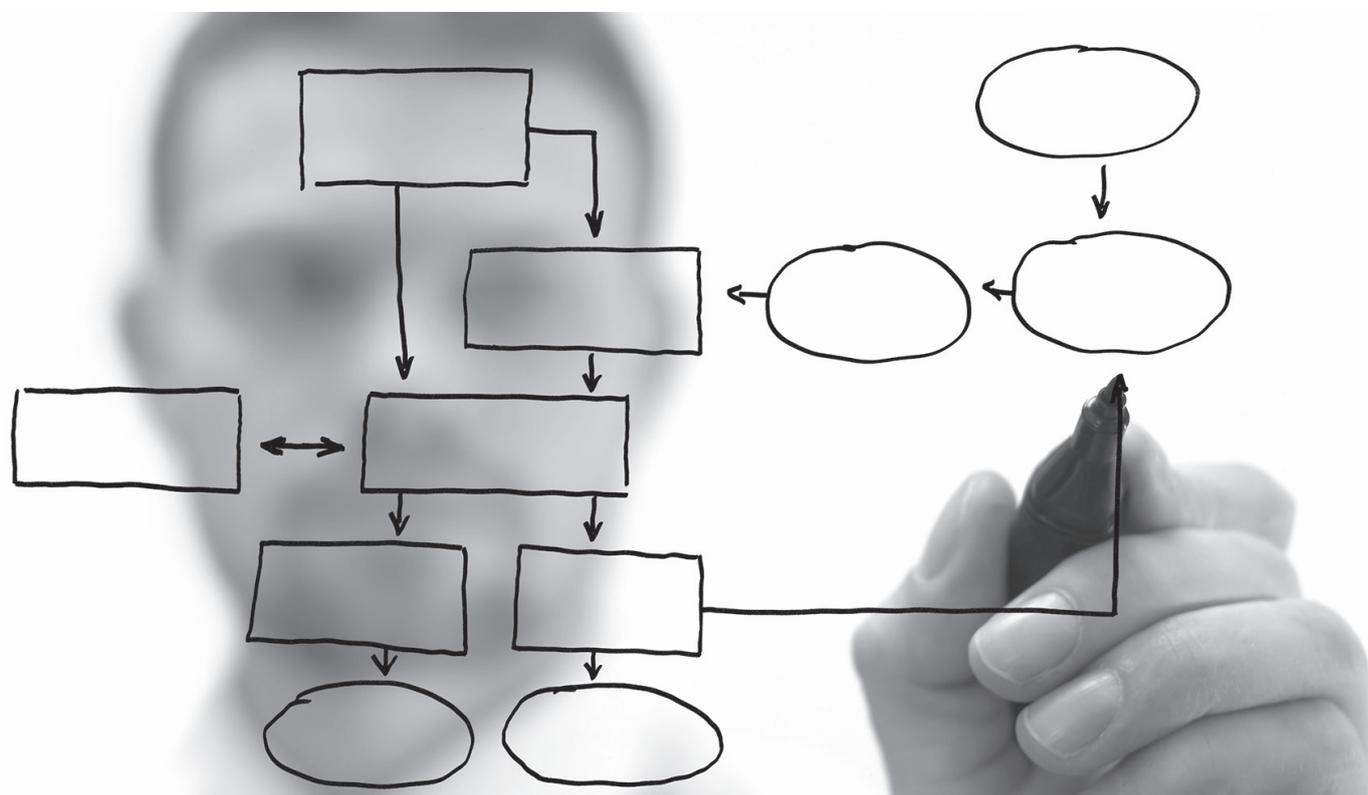
- Realizar una reflexión sobre la tarea.
- Planificar para saber lo que va a hacer (el estudiante debe de tener una serie de recursos previos).
- Ser capaz de realizarla.
- Evaluar su actuación.

Las estrategias de aprendizaje deberán ser evaluadas lógicamente por el profesor, el cual valorará la autonomía que tiene el alumno de realizar las tareas en la clase como las de extra clase.





3.1 Técnicas de aprendizaje



Las estrategias de aprendizaje son las responsables de guiar, de ayudar, de establecer el modo de aprender. En cambio, las técnicas de estudio son las herramientas encargadas de realizar las estrategias mediante procedimientos concretos para cada una. Estas deben aplicarse y ajustarse al objetivo planteado, al contenido y a las características de los estudiantes.

La diferencia tanto de la técnica como de la estrategia es muy sencilla, por ejemplo, si pensamos en un equipo de fútbol podemos ver a un equipo con buen manejo de la pelota, he ahí la técnica, pero este equipo también necesita una estrategia de juego o jugadas, es decir las posiciones y movimientos de los jugadores en defensa y ataque, generalmente definidas por el entrenador y que se deben aplicar durante el juego. Si un jugador dejara de jugar y de entrenar por mucha estrategia y calidad que tenga, acabaría siendo un mal jugador. La técnica sin la estrategia no funciona, pero tampoco podemos crear una estrategia efectiva si no se cuenta con el dominio de la técnica.

En el proceso de enseñanza aprendizaje las técnicas son las actividades que realizan los estudiantes cuando apren-

den: repetir, subrayar, esquematizar, realizar preguntas, etc. Cuanto el estudiante más se conozca a sí mismo y conozca las distintas técnicas de estudio que tiene a su disposición, más fácil le será seleccionar las adecuadas a cada situación para crear sus propias estrategias y construir su aprendizaje.

Aprender a estudiar sacándole provecho a las capacidades personales es muy parecido a un entrenamiento físico: hace falta voluntad, un buen entrenador y constancia. Si no se conoce la manera de hacerlo es difícil tener buenos resultados, hay que querer, pero también saber. Los pasos a seguir son casi siempre los mismos a la hora de estudiar, lo que varía es la elección de la técnica en cada uno de estos pasos. El objetivo final será que el estudiante sepa autorregularse y ser autónomo en su aprendizaje.

Ante todo lo expuesto, vemos que las técnicas didácticas ocupan un lugar fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje, son las actividades que el docente planea y ejecuta para facilitar la construcción del conocimiento de sus estudiantes.

Posteriormente, estaremos explicitando algunas técnicas innovadoras que facilitan el aprendizaje de los estudiantes.



3.2

Clasificación y finalidad de las estrategias de aprendizaje

Clasificación de las estrategias de acuerdo con su función cognitiva

Entre las estrategias que cumplen funciones cognitivas se encuentran: las de Adquisición de información, que incluyen la observación, la búsqueda de información con manejo de fuentes, selección de información, el repaso y retención. La de Interpretación entre las que se encuentra la decodificación o traducción, la aplicación de modelos para interpretar situaciones, el uso de analogías y metáforas. Las de análisis y razonamiento; que aborda obviamente el análisis y comparación de modelos, el razonamiento y la realización de inferencias, la investigación y solución de problemas. Las de comprensión y organización que incluyen la comprensión del discurso oral y escrito, el establecimiento de relaciones conceptuales y la organización conceptual. Las estrategias de comunicación que desarrollan la expresión oral y escrita, al igual que la expresión a través de la información gráfica, numérica, icónica entre otros. (Pozo, citado en Díaz Barriga Areco).

Otras estrategias y sus finalidades

Además de las anteriormente técnicas de aprendizaje mencionadas, existen otras que no son de menor importancia, las que presentamos a continuación:

Recirculación: Tiene como finalidad el repaso simple o el apoyo al repaso. Supone un aprendizaje superficial y es

empleada para conseguir un aprendizaje “al pie de la letra”. Se fundamenta en un aprendizaje memorístico asociativo basado en la práctica reiterada, (recircular) repetir una y otra vez la información. Esta técnica resultaría útil para el aprendizaje de materiales que poseen escasa significatividad para el estudiante. El apoyo al repaso puede incluir, por ejemplo, tomar notas, subrayar, copiar, etc.

Elaboración: Tiene como finalidad el procesamiento simple y el procesamiento complejo de la información. Supone básicamente integrar y relacionar la nueva información que se va a aprender con los conocimientos previos. El procesamiento simple incluye el uso de mnemotecnias, identificación de palabras - clave, rimas, imágenes mentales y parafraseo, las que seguirían siendo eficaz sobre todo para el aprendizaje memorístico; mientras que el procesamiento complejo abordará habilidades como elaboración de inferencias, resúmenes, analogías y la elaboración conceptual nos dirigirá a un aprendizaje más significativo.

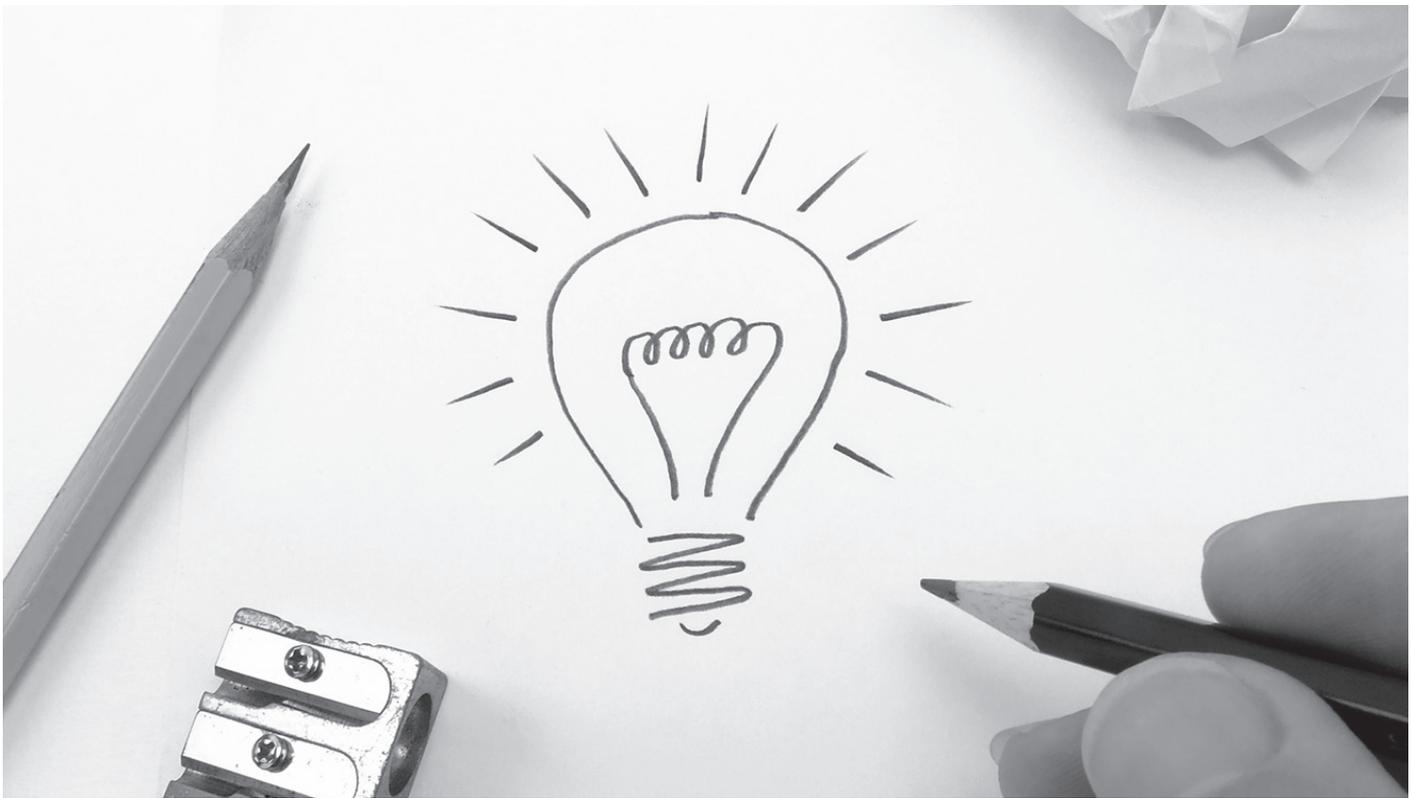
Organización: Tiene como primera finalidad, la clasificación de la información, la que utiliza como habilidad el uso de categorías. La segunda finalidad es la jerarquización y la organización de la información, la misma utiliza habilidades y técnicas como las redes semánticas, mapas conceptuales y el uso de estructuras textuales. Permite realizar una reorganización constructiva de la información por aprender. A través de esta técnica, se intenta lograr una representación correcta de la información, aprovechando al máximo las relaciones entre las partes, así como las formas de organización esquemática internalizadas por el estudiante. Se trata de descubrir y construir significados para encontrarle sentido a la información. También las destrezas de pensamiento y solución de problemas podrían incluirse en esta categoría. (Pozo, citado en Díaz Barriga Areco).

De acuerdo con Flavell, estas estrategias tratan un proceso de interiorización muy similar al concepto vygotskiano de «zona de desarrollo próximo», basado en la ley de doble formación. Según esta idea, para que los estudiantes adquieran las estrategias es preciso que las apliquen primero bajo un control externo para más adelante ser capaces de interiorizar ese control, que pasaría al propio estudiante. Este hecho condiciona, sin duda, la forma en que debe abordarse la enseñanza de estrategias de aprendizaje y el lugar que éstas deben ocupar en el diseño curricular. (Pozo).





3.3 Rol del docente frente a las estrategias didácticas



Las interrogantes que podemos plantearnos como faro de este apartado son: ¿de qué hablamos cuando nos referimos a “enseñar”? ¿qué supone para el docente facilitar estrategias de aprendizajes significativas?, ¿qué tipo de capacidades requerimos como docentes para influir en el proceso de formación de nuestros estudiantes, de tal manera a que estos transfieran sus aprendizajes en diversos contextos? Estos cuestionamientos, por simple que parezcan, no lo son en absoluto, y subyacen en cualquier planificación didáctica que deseamos desarrollar como pedagogos.

Por ello, conviene destacar la importancia de la actividad docente en la formación de los estudiantes, considerando que la enseñanza ejerce una influencia significativa y que, por consiguiente, los resultados de aprendizajes dependen en buena medida del tipo de proceso de formación que se haya seguido, aun manteniendo dependencias importantes con las condiciones sociales y personales de entrada.

Desde esta perspectiva, puntualizaremos, a continuación, sobre algunos aspectos fundamentales que como docentes debemos considerar en todo proceso de enseñanza y aprendizaje:

1. Planificar el proceso enseñanza – aprendizaje

En palabras sencillas podríamos decir que para elaborar

planificaciones significativas es imprescindible tener conocimientos sobre la disciplina y sobre la propia planificación, y tener ideas claras acerca de las capacidades que deseamos desarrollen los estudiantes. En este sentido, lo importante es tomar conciencia que cuando diseñamos nuestra planificación lo que hacemos es situarnos en un espacio de toma de decisiones, en las que influyen nuestras ideas pedagógicas, nuestros conocimientos científicos y nuestra experiencia didáctica.

Una de las estructuras más conocida de planificación didáctica se caracteriza por comprender los siguientes elementos: objetivos, contenidos, estrategias metodológicas y evaluación. Sin embargo, en la actualidad ese esquema se ha enriquecido con la incorporación de otras dimensiones importantes como la contextualización de la planificación (se la sitúa en el marco de circunstancias y condiciones que le dan sentido: el perfil profesional, el Plan de Estudios, las características de la institución y de los estudiantes al que va dirigido, el trabajo del docente, las normas de convivencia, entre otros), las estrategias de apoyo a los estudiantes, que pueden incluir desde el establecimiento de diversos niveles de exigencia hasta la elaboración de guías didácticas, la incorporación de fases de recuperación y la figura de mentores, entre otros, los dispositivos para evaluar el desarrollo de la planificación que implica la puesta en marcha de algún sistema de reco-



gida, análisis y procesamiento de los datos recogidos para regular los procesos didácticos aplicados y los mecanismos de articulación entre las planificaciones de los docentes de la institución educativa.

2. Seleccionar y preparar los contenidos de aprendizaje

Esta competencia se vincula con la anterior y podría formar parte de ella, pero es necesario independizarla por su importancia fundamental, tanto desde el punto de vista científico (seleccionar los contenidos) como didáctico (prepararlos para ser enseñados y aprendidos).

Seleccionar contenidos que sean relevantes y significativos para los estudiantes significa escoger lo más importante de ese ámbito disciplinar, adaptarlos a las necesidades de formación de los estudiantes (al perfil de salida para el que se están formando), adecuarlos a las condiciones de tiempo y de recursos con que contamos, y organizarlos de tal modo que resulten accesibles a nuestros estudiantes y que les abran las puertas para nuevos aprendizajes. Esto exige del docente la experticia en su campo disciplinar, porque ha de tener una visión de conjunto de todos los saberes que este ofrece y ha de saber entrar en la profundidad de la disciplina para saber identificar con solvencia los diversos niveles de relevancia de los contenidos que en ella se abordan, a fin de lograr determinados aprendizajes en los estudiantes.

Otro aspecto a considerar tiene que ver con la secuenciación de los contenidos, esto implica, el orden en que se los abordan y la relación que se establece entre ellos, pues condiciona de manera clara la forma en que los estudiantes podrán aprenderlos. Al respecto, generalmente solemos observar que uno de los problemas más frecuentes de la didáctica es propiciar que los estudiantes vayan construyendo esquemas conceptuales bien enlazados internamente y que les resulten significativos, es decir, que entiendan bien su sentido y aplicabilidad. La manera en que ordenemos los temas y las conexiones que establezcamos con nuestra planificación e, incluso, con contenidos de otras disciplinas así como con situaciones o problemas de la vida real, servirán de orientación y modelo a la forma en que los estudiantes construyen sus aprendizajes.

Un último aspecto a tener en cuenta es la explicación clara de los contenidos a los estudiantes, es necesario sumergirlos en la situación, ajustar la explicación en función del feedback que se va percibiendo de sus caras, gestos, preguntas, etc. La trascendencia y la transferencia personal que se produce entre los docentes y sus estudiantes en el proceso didáctico son insustituibles por bueno que sea el material o el recurso alternativo que se les otorgue.

3. Ofrecer informaciones y explicaciones comprensibles

Los docentes seleccionamos las ideas que deseamos transmitir y las codificamos convirtiéndolas en un mensaje que se hace llegar a los estudiantes a través del canal correspondiente. El estudiante recibe nuestro mensaje y vuelve a decodificarlo (lo reinterpreta utilizando algunos códigos de que dispone) para quedarse a su vez con la idea que extrae de dicho mensaje.

En este contexto, con frecuencia nuestras explicaciones se convierten en procesos enunciativos y discursivos densos y de alto nivel de abstracción cuando hay que explicar una operación, una fórmula, una teoría, una ley o un concepto que resultan difíciles de decodificar y demandan, en cualquier situación, un elevado nivel de concentración mental. Por ello, suele ser beneficiosa la incorporación de elementos narrativos, es decir, recurrir a anécdotas, episodios o sucesos relacionados con el tema abordado, pues permitirá a los estudiantes utilizar esas anécdotas como punto de referencia para recordar los aspectos más conceptuales estudiados en conexión con ellas.

Los docentes podemos reforzar la comprensibilidad a través de varios mecanismos comunicacionales como el manejo de la redundancia y el acondicionamiento de los propios mensajes.

La redundancia se contrapone a la novedad. Los mensajes redundantes son aquellos que repiten el mensaje, vuelven a decir lo mismo de otra manera, se ofrece el mismo mensaje a través de códigos diferentes (por ejemplo, con palabras e imágenes, etc.). El acondicionamiento de los propios mensajes está relacionado con la simplicidad, el orden, la brevedad y la estimulación suplementaria. Tanto un buen manejo de la redundancia como una correcta gestión de los mensajes, ayuda a incrementar la posibilidad de que nuestras informaciones no solamente





lleguen en buenas condiciones a los estudiantes, sino que, además las interpreten en el sentido que nosotros pretendíamos. En síntesis, que entiendan bien lo que deseábamos explicar.

Reforzar la organización de los mensajes tiene que ver, además, con la posibilidad de incorporar una estructura global que permita identificar no solo cada uno de los elementos de la explicación sino de poder relacionarlos.

En síntesis, suele decirse que los buenos comunicadores deben decir, primero, lo que piensan decir, después deben decirlo y deben acabar diciendo lo que han dicho. Así por ejemplo, como docentes primeramente podemos expresar los temas más importantes a tratar, luego los analizamos uno a uno y finalizamos haciendo un resumen de lo que hemos dicho.

4. Diseñar estrategias didácticas pertinentes

Las modalidades metodológicas en las que puede desarrollarse la enseñanza son múltiples (magistral, autónomo o individual, grupal, otros). Según se vayan combinando ciertas particularidades de la actuación de docentes y estudiantes tendremos un formato de estrategias metodológicas diferentes. No existe el mejor método, sino aquel que se ajusta mejor a las condiciones de nuestros objetivos formativos, al contenido que hayamos de trabajar, a las características de nuestros estudiantes, a las particularidades del tiempo, espacios y recursos en la que nos podamos mover.

Como docentes nos debemos preocupar de dar con el método o la estrategia didáctica que resulte más conveniente para propiciar un aprendizaje efectivo en el triple

sentido, en el que los métodos influyen: aprendizajes de competencias personales (valores y actitudes), aprendizaje de competencias de tipo funcional (capacidad reflexiva y crítica, capacidad de autoevaluación y evaluación, habilidades operativas (esquematizar, resumir, sintetizar, integrar partes, etc.) y manejo de fuentes de diferentes signos, aprendizaje de contenidos de la disciplina.

5. Manejar las nuevas tecnologías

En un mundo tecnológico como el actual, el empleo de





Las nuevas tecnologías constituyen un plus de valor en el quehacer pedagógico del docente. Exige de los docentes (aparte del dominio de la didáctica genérica) nuevas competencias tanto en la preparación de la información y las guías del aprendizaje como en el mantenimiento de una relación tutorial a través de red. Exige de los estudiantes, junto a la competencia técnica básica para el manejo de los dispositivos técnicos, la capacidad y actitudes necesarias para llevar a cabo un proceso de aprendizaje autónomo y para mantener una relación fluida con el docente.

El rol del docente para ayudar a los estudiantes a navegar en el inmenso océano de información disponible, es enseñarles a buscar lo más pertinente, orientando su búsqueda y aportando criterios para la selección. Hay una sobreabundancia de información en todas las disciplinas. El problema es que los estudiantes no saben qué hacer con ella, ni discriminan “entre lo que vale y no vale”. Los docentes seguimos transmitiendo información pero lo que los estudiantes precisan son criterios para saber integrarla en estructuras conceptuales que les sean útiles en su proceso de aprendizaje. Necesitan decodificadores para interpretarla, entenderla y poder construir su propio conocimiento.

Además, las nuevas tecnologías exigen del docente la utilización de nuevos canales de comunicación (email, internet, chat, videoconferencia, otros). Por ejemplo, la realización de tutorías a través del correo electrónico, la realización de un debate a través de un chat o estableciendo un foro de debate en la red en el que los estudiantes van dejando sus opiniones en torno a la lectura de un texto, la solución de un problema o de cualquier otra situación que se acerque a la realidad u objeto de estudio. En fin, las posibilidades son múltiples y variadas.

6. Comunicarse efectivamente con los estudiantes

La habilidad para manejarse de manera adecuada en el contexto de las relaciones interpersonales en que se produce la interacción docente-alumnos es un importante componente del perfil profesional de los docentes. Desde el punto de vista de la formación no se trata tanto de dotarse de unas técnicas relacionales (aprender técnicas para saber diseñar formas de relación y resolver problemas que surjan) cuanto de estar en disposición de someter a análisis permanente los procesos interactivos en los que estamos implicados. Aprender técnicas está bien y ayuda en algunos aspectos (saber dirigir una reunión, saber desarrollar una mediación formal en conflicto, etc.), pero como las relaciones se construyen con elementos no solo racionales sino también emocionales (que generalmente ni siquiera son conscientes), la pura técnica es insuficiente y se precisa de esa revisión permanente.

7. Evaluar

El docente es la persona mejor situada para generar el

cambio de la cultura evaluadora, en el día a día del aula, por su preparación, por su compromiso a favor de la formación de los estudiantes y por la posibilidad que tiene de actuar en el proceso de enseñanza – aprendizaje, en suma, es la persona idónea para ejercer el papel preponderante de evaluador.

El proceso de evaluación demanda del docente la capacidad de observar, recoger datos significativos y analizarlos para percibir, lo antes posible, las capacidades de los estudiantes y las disfunciones de la acción educativa, a fin de tomar decisiones que conduzcan a alcanzar altos niveles de aprendizajes.

Los docentes sabemos que el estudiante aprende mucho más de lo que se puede comprobar en una prueba. Como también, que la prueba no garantiza que aquello que se pregunta sea lo más relevante. Sin embargo, el docente puede recoger información acerca de lo que no sabe el estudiante. La corrección de pruebas, de producciones escritas y prácticas, las observaciones realizadas y las entrevistas, etc, son indispensables para comprender y superar los errores o contrastar los diferentes puntos de vista. En este sentido, la tarea prioritaria del docente es orientar el aprendizaje y asegurar que aquello que se aprende es valioso y merece dedicarle tiempo y esfuerzo.

El docente tiene que actuar como crítico reflexivo y no solo como calificador. Su función es la enseñanza de la auto-evaluación. La corrección informada y comentada de un trabajo o una prueba ayuda a aprender. Al respecto, es importante que la corrección tenga como base e intención la información para la formación del estudiante, que no es lo mismo que una evaluación sobre el estudiante. Lo más relevante de la actuación del docente en el proceso de evaluación es su interacción con el estudiante, pues lo realiza desde y junto al mismo mientras este construye su aprendizaje. Por consiguiente:

- Debemos conocer cuál es la situación de partida del estudiante para ajustarnos a ella, y así poder adaptar las estrategias de enseñanza-aprendizaje y continuar el proceso en el punto desde el cual éste pueda avanzar.
- Evaluar el proceso de aprendizaje de tal modo a reconducirlo, en el caso de que se presenten dificultades, introduciendo medidas correctoras desde los ámbitos pedagógicos.
- Evaluar el proceso de aprendizaje al término de un proceso didáctico, del desarrollo de una unidad o etapa para apreciar el grado de desarrollo de las capacidades establecidas en la disciplina. Esta situación posterior se convierte, a su vez, en la situación inicial de una futura fase de aprendizaje.



3.4 Técnicas activas de aprendizajes

3.4.1 NOTICIERO

Consiste en la creación de un programa de televisión Tipo Noticiero al cual debe escribirse un nombre creativo. Es una dramatización de la presentación de noticias. Los estudiantes divididos en pequeños grupos (5 o 6 integrantes) elaboran “cables periodísticos” (noticias) de lo que conocen sobre un determinado tema, de acuerdo a las áreas académicas o de acuerdo a sub temas de una disciplina en particular. Para ello, el docente selecciona previamente las **Capacidades**, y el **eje temático** a ser abordados por los estudiantes.

Procedimiento:

1. Se piden voluntarios por temas de interés.
2. El grupo de estudiantes divididos en 5 o 6 integrantes.
3. El docente les pide a los estudiantes que redacten cables noticiosos sobre hechos concretos en relación a determinado tema.

Pueden ser obtenidos de una investigación, información verdadera que guarde relación con el tema, o de materiales ya proveídos por el docente o incluso transformar la información del libro de texto que poseen en formato de noticia.

4. Una vez que concluyen se pasa al plenario donde se colectivizan todos los cables informativos (noticias) en forma de noticiero.
 - Cada grupo anota si hay información que ellos no conocían.
 - Si hay alguna información que el plenario juzga que no es correcta, la discute y se decide si se acepta o no.
5. Se prepara el ambiente, es necesaria una mesa, un logo atrás de los presentadores, una vestimenta que asemeje al de los presentadores de televisión.
6. Los alumnos pueden memorizar o leer sus informaciones. (Se puede solo dramatizar en vivo o grabar con celular o filmadora para luego ser proyectado).

Observaciones: Puede haber bloque de entrevistas, donde se presentan opiniones de las personas respecto al tema o respecto a sucesos ocurridos en alguna localidad. Puede ser serio o humorístico. Queda a creatividad de los estudiantes.

7. Se evalúa el dominio del tema del estudiante, además de valorar el esfuerzo en la puesta en escena. La evaluación puede darse repitiendo la aplicación de la técnica pero con la variante del “Noticiero con corte de energía”.

Nota: El “Noticiero con corte de energía”, consiste en que la noticia que presenta un primer grupo, es interrumpida por un corte de energía (el docente indica el momento del corte), y debe ser continuada por el siguiente grupo

indicado. Esto favorece la atención en la presentación de los compañeros. La continuación debe ser coherente con respecto al mensaje transmitido.

3.4.2 CONFERENCIA

Es una técnica de exposición oral y gráfica, preparada y expuesta por un alumno(a). También se suele hacer de manera grupal, después de haber realizado una investigación.

Para la presentación de la conferencia los alumnos deberán complementar su trabajo de investigación con materiales de apoyo, tales como: mapas, dibujos, gráficos, transparencias, maquetas registros de audio, etc., y con demostraciones, juegos, dramatizaciones y otros recursos que el o los expositores decidan emplear.

Habilidades que desarrolla

1. Manejo de información.
2. Expresión oral.
3. Confianza y seguridad en sí mismo.

Materiales

Los materiales son variados, así tenemos:

1. Papelógrafos, marcadores, paneles, retroproyector, todo aquello que haya decidido usar el expositor.
2. Una sala que se pueda adaptar para una conferencia si el colegio dispone de ella. En caso contrario se puede hacer uso del aula de clase.

Procedimiento

1. Elaborar un esquema para guiar la conferencia. Es necesario que los alumnos conviertan las preguntas de la investigación en títulos y las escriban en un papelote. El docente verifica que haya correspondencia entre las preguntas y los títulos.
2. Se establecen criterios para evaluar la conferencia. Es necesario establecer los en grupo.
3. Elaboración y/o acopio de material ilustrativo que complemente e ilustre la conferencia para hacerla más ágil y clara (fotos, mapas, objetos, recortes de periódico). Es recomendable que las ilustraciones enfoquen los temas de mayor dificultad.
4. Diseño y creación con ayuda del docente de una actividad que pueda ser realizada por los participantes, orientada a clarificar y puntualizar las ideas fuerza del mismo (sociodrama, juego, crucigrama, acróstico, experimento, etc.).
5. Ensayo de la conferencia. El docente evalúa el ensayo reforzando los aspectos positivos, ayudándolos en las dificultades.
6. Presentación de la Conferencia.



- 7. Los asistentes formularán preguntas al ponente. Cada pregunta se anotará en una tarjeta que recibirá al término de la conferencia. Las respuestas pueden darse una a una o agrupando las similares. Ocasionalmente, el docente participa respondiendo preguntas para las cuales los conferencistas no tienen respuestas.
- 8. La evaluación de la conferencia se hace con la participación de todos los alumnos teniendo en cuenta los criterios establecidos y haciéndoles llegar recomendaciones pertinentes. Para evaluar la conferencia se puede hacer uso de una ficha (ver anexo 1), pedir a los alumnos que realicen un organizador visual, etc.

ANEXO 1

Nuestra conferencia	
Alumno:	L/ANL
Fecha:	
Se expresa con vocabulario pertinente	
Emplea palabras propias	
Explica con claridad las ideas	
Utiliza ejemplos concretos	
Emplea adecuadamente el material auxiliar	
Relaciona el tema con otros	
Responde acertadamente las preguntas de sus compañeros	



3.4.3 APRENDIZAJE BASADO EN PROBLEMAS (ABP)

Concepto

Es una técnica didáctica centrada en el estudiante que promueve el aprendizaje a través de un proceso sistemático que comienza con el planteamiento de un problema complejo (para el nivel en el que se va a aplicar) que se busca solucionar y a través de esto aprender los contenidos curriculares. Se originó en escuelas de medicina y pronto se extendió a un gran número de disciplinas y materias distintas.

Propósitos del ABP

A continuación se presenta un cuadro comparativo entre un aprendizaje con técnicas tradicionales y la técnica del ABP.

Aprendizaje Tradicional	Aprendizaje Basado en Problemas
El profesor asume el rol de experto o autoridad formal.	Los profesores tienen el rol de facilitador, tutor, guía, co-aprendiz, mentor o asesor.
Los profesores transmiten la información a los alumnos.	Los alumnos toman la responsabilidad de aprender y crear alianzas entre alumnos y profesor.
Los profesores organizan el contenido en exposiciones de acuerdo a su disciplina.	Los profesores diseñan su curso basado en problemas abiertos e incrementan la motivación de los estudiantes presentando problemas reales.
Los alumnos son vistos como "recipientes vacíos" o receptores pasivos de información.	Los profesores buscan mejorar la iniciativa de los alumnos y motivarlos. Los alumnos son vistos como sujetos que pueden aprender por cuenta propia.
Las exposiciones del profesor son basadas en comunicación unidireccional: la información es transmitida a un grupo de alumnos.	Los alumnos trabajan en equipos para resolver problemas, adquieren y aplican el conocimiento en una variedad de contextos. Los alumnos localizan recursos y los profesores los guían en este proceso.
Los alumnos trabajan por separado.	Los alumnos conformados en pequeños grupos interactúan con los profesores quienes les ofrecen retroalimentación.

Pasos a seguir para aplicar la técnica del ABP

PASO 1. Lectura y análisis del escenario del problema.

Se pretende en este momento que el estudiante verifique si comprende el escenario en el que se desenvolverá.

Si fuese un texto, este paso necesita la lectura del mismo varias veces con el fin de disipar cualquier duda.

PASO 2. Definición del problema.

Se busca en este paso identificar el problema al cual nos enfrentamos, reconocer el escenario en el que trabajará y cuáles son los retos que deben enfrentarse.

No debe obsesionarse uno con la solución del problema, cuando hay tantos problemas en la vida que no tienen solución.

Desencadenar, mediante el uso de situaciones problemáticas reales y desestructuradas, preguntas en el estudiante que le provoquen la necesidad de investigar con el fin de construir sus conocimientos y desarrollar habilidades.

Primero se detecta el problema en el proceso de aprendizaje y éste sirve como foco y estímulo para la aplicación de habilidades de solución de problemas o de razonamiento, así como para la búsqueda o el estudio de la información o conocimientos necesarios para comprenderlos mecanismos responsables del problema y el modo de resolverse.

PASO 3. Lluvia de ideas.

Este paso pretende que el alumno se plantee qué es lo que debe conocer para encontrar la solución, partiendo de la toma de conciencia entre lo que se sabe y lo que no.

Se busca responder a las preguntas: qué, cómo, quién, dónde, cuándo, por qué, para qué, etc.

PASO 4. Clasificación de las ideas.

Como en el paso anterior surgieron ideas de manera espontánea, hasta a veces desordenada, este paso pretende ordenarlas y organizarlas según la intención dada.

Las ideas quedan jerarquizadas y normalmente esta estructura es la que se sigue para la solución del problema.



PASO 5. Formulación de los objetivos del aprendizaje.

Uno de los momentos más importantes del ABP, que demanda del estudiante mucha responsabilidad y compromiso.

Los objetivos serán los que guíen la acción posterior, es decir, la investigación. El fin último será el desarrollo de capacidades

PASO 6. Investigación.

Investigar no es igual a buscar en fuentes bibliográficas. Investigar implica:

- Buscar hasta encontrar, pero buscar con una intención.
- Indagar en el lugar preciso.
- Manejar fuentes adecuadas.

- Leer comprensivamente la información.
- Interpretar la información.

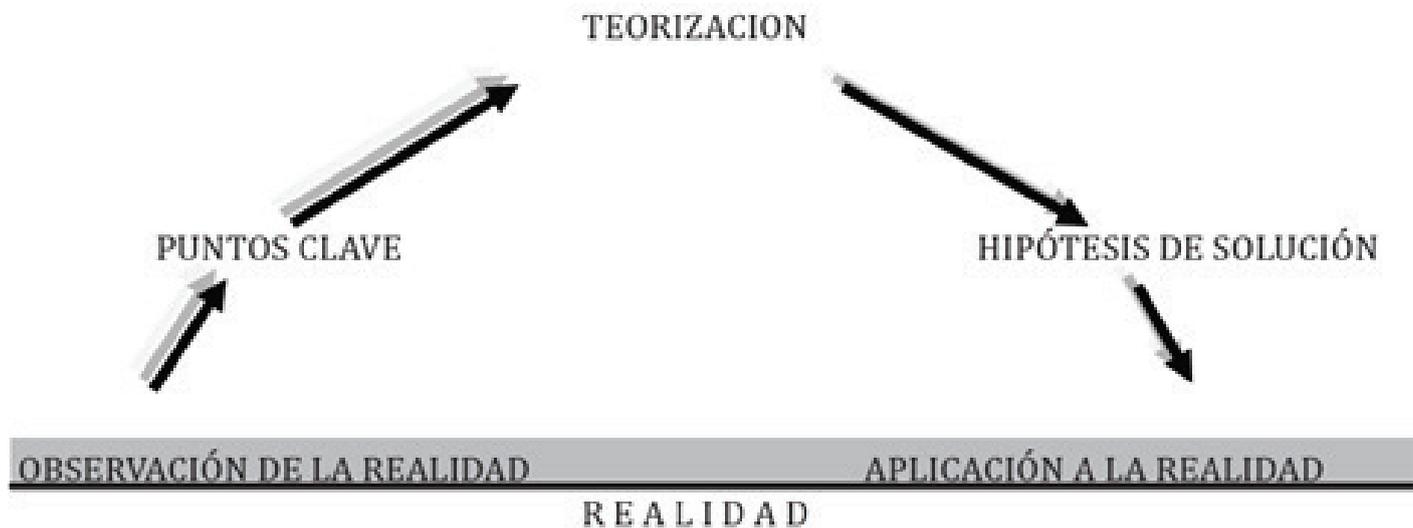
PASO 7. Presentación y discusión de los resultados.

Este es un momento fundamental. Todo lo anterior no tendrá demasiado significado si la comunicación de los resultados falla.

La manera en la que los alumnos presentan los resultados obtenidos no es demasiado importante pero siempre teniendo cuidado en el fondo y la forma de hacerlo.

NOTA. Es muy conveniente que los casos de ABP queden documentados para su uso posterior o para que otros docentes los utilicen.

3.4.4 El Arco



Los procesos y procedimientos:

1. Observación de la Realidad:

La capacidad buscada es la percepción de hechos reales relevantes a la disciplina, de un modo global y sincrético, un tanto impresionista e ingenuo por constituir una primera aproximación a la realidad. Se busca también promover la expresión de lo observado y sentido por los alumnos.

Las siguientes técnicas pudieran utilizarse en esta etapa, entre otras:

- Visita a lugares relevantes
- Visita a museos de ciencias.
- Entrevista con exponentes del área, o tema en cuestión, etc.
- Lectura de casos.

2. Puntos Clave:

La capacidad buscada en esta etapa es la identificación, por los estudiantes, de las variables más importantes asociadas a lo que observaron en la realidad. Es decir, distinguir los aspectos más determinantes de los aspectos puramente circunstanciales y secundarios.

Técnicas utilizables en esta etapa incluyen:

- Trabajo en grupos
- Lluvia de ideas
- Simposio
- Dramatización, sociodrama, etc.
- Consulta a Banco de Datos



3. Teorización:

La capacidad a desarrollar es localizar la estructura del problema, es decir, a partir de observar la realidad e identificar los Puntos Claves analizar las relaciones entre dichos Puntos Claves y, a través de la comprensión del problema, por el grupo identificando las causas y posibles consecuencias del problema. Teorizar no significa aprender teorías ajenas sino formular la propia teoría del grupo, sobre el problema. Naturalmente, el conocimiento de otras teorías puede ayudar significativamente.

Técnicas posibles:

- Consulta con científicos o expertos en el tema.
- Invitación a expertos externos a disertar sobre la materia
- Consulta bibliográfica
- Seminario

4. Hipótesis de Solución:

Habiendo observado la realidad y reflexionado sobre ella en la Teorización, los estudiantes están listos para desarrollar una capacidad muy importante, cual es la de ofrecer alternativas de solución. Esto implica el desarrollo de la creatividad, la innovación, la visión prospectiva.

Se puede utilizar las siguientes técnicas, entre otras:

- Lluvia de ideas
- Trabajo en grupos
- Mesa redonda
- Panel de oposición
- Consulta a expertos
- Lectura de informes
- Consulta con organizaciones

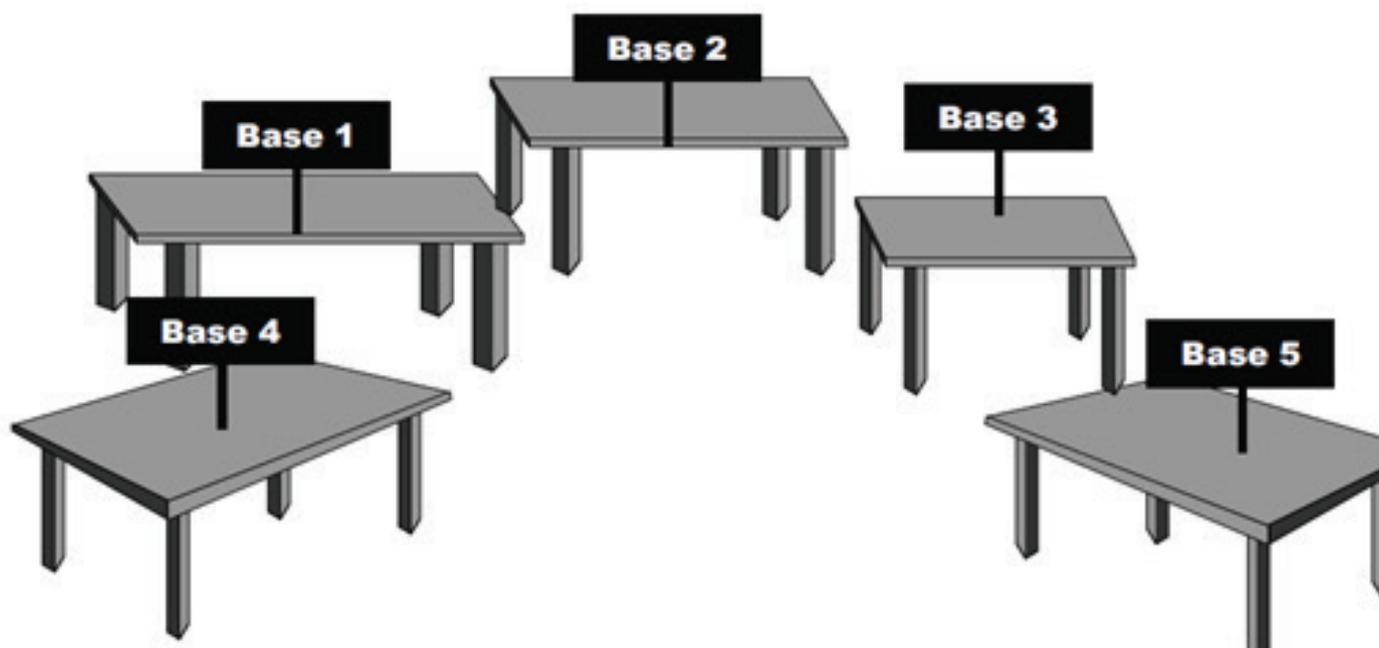
5. Aplicación a la Realidad:

En esta etapa se busca desarrollar la capacidad de ejecutar las soluciones consideradas más relevantes y viables por los alumnos y el profesor. Esto puede exigir el ejercicio y la práctica de habilidades y destrezas.

Posibles técnicas:

- Taller
- Método de proyectos
- Participación en proyectos comunitarios
- Propuesta de acciones comunitarias
- Participación en programas de Radio, otros.
- Elaboración de recomendaciones

3.4.5 Tour de bases



Es una estrategia de enseñanza-aprendizaje, que permite a los estudiantes recoger y organizar información a fin de cumplir con los retos que el docente propone en las

distintas bases. Se espera que al término, obtengan la construcción de los aprendizajes y habilidades deseadas por el docente.



3.4.6 Tarea

Con esta estrategia, el docente realmente cumple con la función de estrategia en el sentido de preparar su clase, disponer los procesos y cómo se utilizarán los recursos, dar las orientaciones y luego realizar un acompañamiento, ofreciendo la ayuda que se requiera (si se requiere).

El profesor deja de exponer los conocimientos para dejar que los alumnos sean los verdaderos protagonistas de la clase. Sin embargo, no por eso su rol pierde relevancia. Al contrario, es el estratega, el que piensa en su clase, el que propone actividades y tareas creativas que consigan movilizar a los alumnos para que aprendan haciendo, aplicando conocimientos.

3.4.7 WebQuest

La webquest es una herramienta utilizada como recurso didáctico por los profesores, forma parte de un proceso de aprendizaje guiado, con recursos principalmente procedentes de Internet, que promueve la utilización de habilidades cognitivas superiores, el trabajo cooperativo, la autonomía de los estudiantes e incluye una evaluación auténtica.

Proceso:

Una webquest se compone de seis partes esenciales: introducción, tarea, proceso, recursos, evaluación y conclusión.

1. **Introducción:** contiene una información muy sintética del tema en torno a la cual va a desarrollarse la webquest, con el fin de despertar el interés y la motivación del estudiante sobre dicho tema.
2. **Tareas:** explican en forma detallada las actividades que los estudiantes deberán llevar a cabo.
3. **Proceso:** describe los pasos que el estudiante debe seguir para llevar a cabo la tarea propuesta, incluyendo una serie de enlaces necesarios para realizar cada paso.
4. **Recursos:** consiste en una lista de sitios web que como profesor de la disciplina ha ido preparando o delimitando para guiar al estudiante a realizar la tarea. Estos deben haber sido seleccionados previamente para que el estudiante pueda enfocar su atención en el tema, ser actuales de manera que sean atractivos y motivantes para los mismos. Podrán consultar otras fuentes, incluso contrastar la información con fuentes impresas. Se debe evitar el “vagabundeo” en la web, por eso es imprescindible incluir de antemano unas páginas web que se deben consultar y donde existe información relevante y de calidad para resolver el problema o la tarea.

5. **Evaluación:** contiene criterios claros, consistentes y específicos para evaluar las producciones o los resultados. Pueden incluirse criterios sobre el proceso.
6. **Conclusión:** expone sintéticamente las capacidades que se espera que hayan alcanzado los estudiantes de tal forma que les ofrezca información de las pretensiones y objetivos últimos a los que se pretende llegar.

3.4.8 Investigación

Es toda actividad humana orientada a descubrir algo desconocido, pero esta actividad se basa en “huellas” que el investigador tiene que identificar para llegar a la solución de un problema. Ésta palabra deriva etimológicamente de los términos latinos in (en, hacia) y vestigum (huella, pista).

El proceso de investigación puede aplicarse en todos los niveles educativos, pero debe adaptarse didácticamente el nivel de exigencia y complejidad a las características de los estudiantes, respetando el proceso de investigación, a su vez pueden tener variaciones de acuerdo a la teoría en la que se basa. En el Nivel Medio puede profundizarse cada parte del proceso de investigación.

La investigación incluye los siguientes procesos integrados: Preguntas referidas al problema. Objetivos de investigación. Metodología (Métodos y técnicas utilizados). Hipótesis (respuesta tentativa al problema). Recopilación de información (teórica o de campo donde se aplica los métodos y técnicas). Análisis de informaciones. Elaboración de conclusiones.

Muy importante es consignar la fuente de información utilizada en el desarrollo del trabajo.

- En cuanto a la Bibliografía, se presenta de manera alfabética los libros, por apellido del autor y nombre. (Año). Nombre del libro. Editorial.
- Para los sitios Web, aparte de los datos de autor y el título del artículo, también se consigna el sitio web donde está disponible la información y la fecha de acceso al mismo.

3.4.9 Seis sombreros para pensar

El método es simple. Se tiene seis sombreros, cada uno de un color diferente. En cualquier momento un pensador puede escoger ponerse uno de los sombreros o se le puede pedir que se lo quite. Todas las personas de la reunión pueden usar un sombrero de un color concreto durante un tiempo en un momento determinado. Los sombreros involucran a los participantes en una especie de juego de rol mental.

**HECHOS Y DATOS**

Una mirada objetiva a los datos y a la información. “Los hechos son los hechos”.

**PELIGROS, DIFICULTADES Y RIESGOS**

Significa la crítica, lógica negativa, juicio y prudencia. El por qué algo puede ir mal.

**CREATIVIDAD**

La oportunidad para expresar nuevos conceptos, ideas, posibilidades, percepciones y usar el pensamiento creativo.

**SENTIMIENTOS, INTUICIÓN**

Legitima los sentimientos, presentimientos y la intuición, sin necesidad de justificarse.

**BUSCA LADO POSITIVO**

Simboliza el optimismo, lógica positiva, factibilidad y beneficios.

**FACILITADOR**

Control y gestión del proceso del pensamiento.

El método puede parecer extremadamente simple e incluso infantil, pero funciona. He aquí algunos beneficios del método:

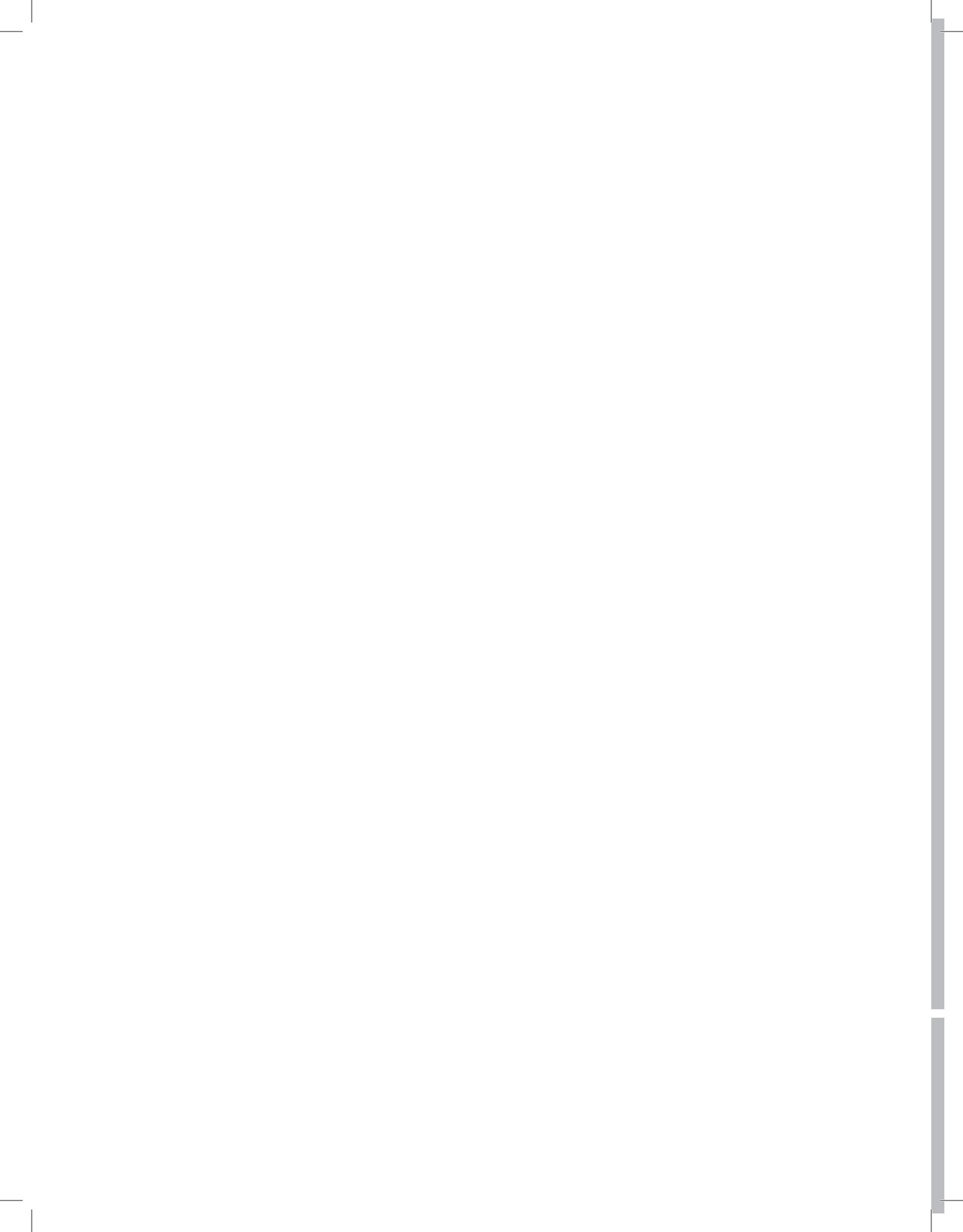
- Es fácil de aprender y utilizar y tiene un atractivo inmediato. La visualización de los sombreros y de los colores ayuda a ello.
- Da tiempo disponible para el esfuerzo creativo deliberado. Tu puedes pedir “tres minutos de pensamiento de sombrero verde”.
- Permite la expresión legítima de sentimientos e intuiciones en una reunión - sin justificaciones ni disculpas. “Esto es lo que siento”.
- Proporciona una manera simple y directa de conmutar el pensamiento sin ofender. “Qué tal un poco de pensamiento de sombrero amarillo sobre este punto?”
- Requiere que todos los pensadores sean capaces de utilizar cada uno de los sombreros en vez de quedarse cerrados en sólo un tipo de pensamiento.
- Separa el ego del rendimiento en el pensar. Libera las mentes capaces para poder examinar un tema más completamente.
- Proporciona un método práctico de pensar para utilizar diferentes aspectos del pensamiento en la mejor secuencia posible.
- Se escapa de los argumentos en pro y en contra y permite a los participantes colaborar en una exploración constructiva.
- Hace las reuniones mucho más productivas.

Los sombreros son más efectivos usados a ratos, utilizando un sombrero en cada momento para obtener un determinado tipo de pensamiento. Cuando es necesario explorar un tema completamente y de manera efectiva, se puede crear una secuencia de sombreros y después usarlos cada uno por turnos: “Sugiero que empecemos con el blanco y después cambiemos al verde y ...” El sombrero azul se utiliza para componer estas secuencias, para comentar sobre el tipo de pensamiento que se está produciendo, para resumir lo que se ha pensado y llegar a conclusiones.

En Matemática, la técnica podría utilizarse para la dinamización de la resolución de problemas, de manera grupal.

Los sombreros estarían distribuidos de la siguiente manera:

- **Sombrero negro:** los que porten este color de sombrero serán los encargados de analizar el problema y decir si falta algún dato para poder resolverlo, si hay algún dato inútil, de comentar las dificultades que podrían tener en el momento de resolverlo y las atenciones que deben ser prestadas.
- **Sombrero blanco:** los que porten este color de sombrero serán los encargados de comentar cuáles son los datos con los que se cuenta, cuál podría ser la utilidad de resolver situaciones como esa, compararlas con situaciones del vivir cotidiano, etc.
- **Sombrero rojo:** los que porten este color de sombrero estarán encargados de representar de alguna manera más sencilla la situación problemática, ya sea con gráficos, esquemas, comparación con algún problema más sencillo, si se utilizarán fórmulas, etc.
- **Sombrero amarillo:** los que porten este color de sombrero estarán encargados de dar opciones de solución, sin analizar cuál es la más sencilla o la más corta, simplemente deberán exponer las distintas maneras de encarar el problema y resolverlo.
- **Sombrero verde:** las personas que tengan este color de sombrero deberán poner en práctica las ideas expresadas por los compañeros. No emite opinión sobre la dificultad de ninguno de los procedimientos, simplemente se limita a realizarlos.
- **Sombrero azul:** por último, estos estudiantes se encargarán de evaluar las distintas estrategias de solución implementadas y decidir cuál es la que optimiza el tiempo y el esfuerzo y fundamentar por qué opinan eso.



4

**El método heurístico en la
resolución de problemas.**
«Matemática 2»



4 El método heurístico en la resolución de problemas, según George Polya



George Polya

Matemático norteamericano de origen húngaro (1887-1985).

Polya proporciona el método heurístico para solucionar los problemas de todas las clases, no simplemente los matemáticos, y describir cómo la solución de problemas debe ser enseñada y ser aprendida. Trabajó además en teoría del número, análisis combinatorio y probabilidad

Para la resolución de problemas, George Polya en 1957, sugirió el importante método que consta de los siguientes pasos:

PRIMERO · COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA

Corresponde analizar minuciosamente el enunciado o planteamiento del problema con la intención de reconocer la incógnita, la información o los datos presentados.

Algunas preguntas que podrían ayudar a la comprensión son:

- ¿Cuál es la información que proporciona el problema?
- ¿Hay información irrelevante?
- ¿Qué pide el problema?
- ¿Cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema?
- ¿Es posible hacer un gráfico, un esquema o un diagrama?
- ¿Es posible estimar la respuesta?

SEGUNDO · DISEÑO DE UN PLAN

En esta etapa se debe establecer un plan para resolver el problema. Para ello se recomienda pensar en problemas conocidos que tengan una estructura análoga a la del que se quiere resolver.

Contestar preguntas como:

- ¿Recuerdo alguna situación parecida que me ayude a resolver ésta?
- ¿Puedo resolver el problema por partes?
- ¿Necesito información adicional para resolver el problema?
- ¿Qué estrategia utilizaré para resolver el problema?
- ¿Puedo organizar los datos en tablas o gráficos?

TERCERO · EJECUCIÓN DEL PLAN

En esta etapa se aplica el plan seleccionado y se resuelve el problema, monitoreando todo el proceso de solución.

CUARTO · EVALUACIÓN DEL PLAN

Aquí se debe hacer una revisión crítica del proceso seguido. Cerciorarse si la solución es correcta. Encontrar otros caminos de solución.

También es importante establecer conexiones y extensiones del problema original en otros contextos.

Se puede orientar esta etapa utilizando las siguientes preguntas:

- ¿Es correcta la solución obtenida?
- ¿Puedo describir el razonamiento seguido?
- ¿Existe otra manera de resolver el problema?
- ¿Es posible usar el método empleado para resolver problemas semejantes?



Bibliografía sugerida

- “Actualización curricular para la Educación Media/ Ministerio de Educación y Cultura.—Asunción: MEC, 2014.” “Módulos de capacitación docente 1, 2 y 3. Técnicas Activas de aprendizaje/Ministerio de Educación y Cultura.—Asunción: MEC, 2015.”
- ABDALA, C. Carpeta de matemática 2 / C. Abdala, L. Garaventa, M. Real. -- Buenos Aires: Aique, 2000.
- ALTMAN, S. M. Matemática polimodal / S. M. Altman, C. R. Comparatore, L. E. Kurzrok. -- Buenos Aires: Longseller, 2003. -- v. 8.
- ÁLVAREZ, F. Fractal 4 / F. Álvarez, A. Arribas, A. Ruiz. -- Madrid: Vicens Vives, 1997.
- ARDILA GUTIÉRREZ, V. H. Enciclopedia Nova matemática. -- Bogotá: Voluntad, 1998. -- v. 6.
- AVOLIO DE COLS, Susana. Evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje / Susana Avolio de Cols. -- Buenos Aires: Marymar, 1994. -- 303 p.
- _____. Evaluación de proyecto en aula / Susana Avolio de Cols. -- Buenos Aires: Marymar. -- [199_?] Beta 1 / F. Corbalán Yuste... [et al.]. -- Barcelona: Vicens Vives, 2003.
- BERENQUER, L. Problemas propuestos en los 10 años de la olimpiada matemática Thales/ L. BERENQUER. -- España: Proyecto Sur de Ediciones, 1995.
- BONGIOVANI, V. Matemática e vida / V. Bongiovani, O. R. Vissoto, J. L. Laureano. -- San Pablo: Ática, 1993.
- BONJORNO, J. R. Matemática fundamental / J. R. Bonjorno, J. R. Giovanni. -- [s.l.]: FTD, 1998.
- _____. Matemática 3 / J. R. Bonjorno, J. R. Giovanni. -- [s.l.]: FTD, 1990.
- CASTELNUOVO, L. Didáctica de la matemática moderna. -- México: Trillas, 2004.
- CORBALAN, F. La matemática aplicada a la vida cotidiana / F. Corbalán. -- [s.l.]: Grao, 1998.
- DANTE, L. R. Didáctica de resolución de problemas de matemáticas / L. R. Dante. -- San Pablo: Ática, 1997.
- _____. Matemática 1/ L. R. Dante. -- San Pablo: Ática, 2002.
- _____. Matemática 2/ L. R. Dante. -- San Pablo: Ática, 2002.
- _____. Matemática 3/ L. R. Dante. -- San Pablo: Ática, 2002.
- FLORES CASTILLO, René. Metodología de la matemática / René Flores Castillo. -- Valparaíso.
- FLOREZ OCHOA, Rafael. Evaluación pedagógica y cognición / Rafael Florez Ochoa. -- Bogotá: Mc Graw Hill, 2000. -- (Docente del siglo XXI cómo desarrollar una práctica docente competitiva).
- GARCÍA, A. M. Fracciones y problemas / A. M. García, G. Zorzoli. -- En: Lápiz y papel: Matemática 1.º ciclo EGB (set. 1997). -- 2.º ed. -- Buenos Aires: Tiempos, 1997.
- GARCÍA, A. M. Matemática / A. M. García, G. Zorzoli. -- En: Lápiz y papel: Matemática 1.º ciclo (mar. 1996). -- Buenos Aires: Tiempos, 1996.
- _____. Las medidas / A. M. García, G. Zorzoli. -- En: Lápiz y papel: Matemática 2.º ciclo EGB (dic. 1998). -- Buenos Aires: Tiempos, 1998.
- GONZÁLEZ, M. Matemática práctica / M. González, F. León, M. Villegas. -- Bogotá: Voluntad, 1995. -- v. 6.
- GUASCH, Antonio. El idioma guaraní: gramática y antología de prosa y verso. -- 7.ª ed. -- Asunción: CEPAG, 1996.
- GUZMÁN, M. Matemáticas / M. Guzmán, J. Colera, A. Salvador. -- Madrid: Anaya, 1992.
- _____. Para pensar mejor / M. Guzmán, J. Colera, A. Salvador. -- Madrid: Pirámide, 2004.
- HERNÁNDEZ, F. Para enseñar no basta con saber la asignatura/ F. Hernández, J. Sancho.- Barcelona: Paidós, 1993.
- LEHMANN, C. H. Álgebra / C. H. Lehmann. -- [s.l.]: Limusa, 1999. El libro de texto en la escuela: textos y lecturas / Graciela M. Carbone, directora. -- Buenos Aires: Miño y Dávila, 2001. -- 253 P.
- MACHICAO R., Marcelo. Fascinantes desafíos al ingenio. 2003. La Paz. Bolivia.
- Matemática 2000: enciclopedia / Departamento de Investigación Educativa. -- [s.l.]: Voluntad, 1995. -- v. 6.
- Matemática 3 / J. Colera... [et al.]. -- [s.l.]: Anaya, 1998.
- MEDINA, A. Didáctica general/ A. Medina, F. Mata.-Madrid: Prentice Hall, 2003.
- MELIÀ, B. Elogio de la lengua guaraní: contexto para una educación bilingüe en el Paraguay / B. Melià. -- Asunción: CEPAG, 1995.
- Números enteros / A. M. García... [et al.]. -- En: Lápiz y papel: Matemática 3.º ciclo EGB. -- Buenos Aires: Tiempos, 1996.
- PAENZA, A. Matemática... ¿estás ahí?: sobre números, personajes, problemas y curiosidades / A. Paenza. -- Buenos Aires: Siglo XXI, 2006.
- PARAGUAY. Ministerio de Educación y Cultura. El currículum en la educación media y los transversales / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2002.
- _____. Campaña Nacional de Capacitación Docente: Técnicas Activas de Aprendizaje, Módulos I, II y III. -- Asunción: MEC, 2015.
- _____. Del currículum nacional al institucional / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2002.
- _____. Diseño curricular nacional para la enseñanza



- media / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2000.
- _____. La educación bilingüe en la reforma educativa paraguaya / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, [200-?].
 - _____. Matemática y sus tecnologías: Programa de Estudios para el 2.º curso de la Educación Media, Plan Común / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2003.
 - _____. Orientaciones para la gestión pedagógica en el área de Matemática y sus Tecnologías 2.º curso de la educación media, plan común / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2006.
 - _____. PSC Proyecto Socio Comunitario = ñamopu'ã hag'ua ñane komunida: manual del alumno versión preliminar / Ministerio de Educación y Cultura. -- Asunción: MEC, 2005. -- 40 p.
 - PIATTI DEVAZQUEZ, Lilia. Evaluación del aprendizaje: texto para docentes de Ciencias de la Educación y Formación docente / Lilia Piatti de Vazquez. -- 3.ª ed. -- Asunción, 2001. -- 210 p.
 - POZO, J. I. El aprendizaje estratégico / J. I. Pozo, C. Moreno. -- Madrid: Aula XXI, Santillana, 2000.
 - RUIZ, A. Límite 2 / A. Ruiz. -- [s.l.]: Vicens Vives, 1999.
 - SADOSKY, M. Elementos de cálculo diferencial e integral / M. Sadosky, R. C. de Guber. -- Buenos Aires: Alsina, 1975.
 - SANTOSTRIGO, L. M. Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática / L. M. Santos Trigo. -- 2.ª ed. -- México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, 1999. -- (Didáctica-lecturas).
 - SEGARRA, L. Problemas: colección de problemas matemáticos para todas las edades / Lluís Segarra. -- Barcelona: Grao, 2001. -- (Didáctica de las matemáticas, 156).
 - STACEY, K. Resolver problemas: estrategias / K. Stacey, S. Groves. -- Madrid: Narcea, 2001.
 - STERNBERG, R. J. Enseñar a pensar / R. J. Sternberg, L. Spear-Swerling. -- Madrid: Aula XXI, Santillana, 2000.
 - VIZMANOS BUELTA, J. Algoritmo 1 / José Ramón Vizmanos, M. Anzola. -- Madrid: SM, 1992.
 - _____. Matemática 4 / José Ramón Vizmanos, M. Anzola. -- Madrid: SM, 1995.
 - YUS RAMOS, R. Temas transversales: hacia una nueva escuela / R. Yus Ramos. -- 2.ª ed. -- Barcelona: Grao, 1998. -- 218 p. -- (Transversalidad, 106).

Bibliografía de fuentes en línea

- Biografías y vida 2004. Colin Maclaurin [En línea]. Disponible en: <http://www.biografiasyvidas.com/biografia/m/maclaurin.html> [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Galileo Galilei. [En línea]: Wikipedia la enciclopedia libre, 2006. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei#Obra_cient.C3.ADfica.html [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- George Pólya [En línea]: Wikipedia la enciclopedia libre, 2006. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/George_P%C3%B3lya.htm [Consulta: 15 de setiembre de 2006].
- Isaac Newton [En línea]: Wikipedia la enciclopedia libre, 2006. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Los matemáticos más famosos de todos los tiempos. Arthur Cayley [En línea]: Universidad Central de Venezuela. Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas, 2000. Disponible en: <http://euler.ciens.ucv.ve/matematicos/cayley.html> [Consulta: 7 de setiembre de 2006].
- Los matemáticos y su historia. Blas Pascal [En línea]: Universidad de Santiago de Chile, 1997. Disponible en: <http://www.mat.usach.cl/histmat/html/pasc.html> [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Mora, Marisol de. Matemáticos. Gottfried W. Leibniz [En línea]: DivulgaMAT: Portal de la Real Sociedad Matemática Española. Disponible en: <http://www.divulgamat.net/weborriak/Historia/MateOspetsuak/Leibniz.asp> [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Niccolò Fontana Tartaglia [En línea]: Wikipedia la enciclopedia libre, 2006. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Niccolo_Tartaglia [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Pierre de Fermat [En línea]: Wikipedia la enciclopedia libre, 2006. Disponible en: http://es.wikipedia.org/wiki/Pierre_de_Fermat [Consulta: 8 de setiembre de 2006].
- Rene Descartes [En línea]: Universidad de Santiago de Chile, 1997. Disponible en: <http://www.mat.usach.cl/histmat/html/desc.html> [Consulta: 8 de setiembre de 2006].

Impresión - 2016
Asunción Paraguay

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$



Matemática

2°

Educación Media
Plan Común

Curso

Guía didáctica
para docente