



UNIDAD 4

2.4

Análisis combinatorio

2.4.1. Capacidades

- Resuelve situaciones problemáticas utilizando los principios del Análisis Combinatorio.
- Utiliza el Teorema de Newton en el desarrollo de potencias de binomios.

2.4.2. Temas

- Factorial de un número, variaciones, permutaciones, combinaciones.
- Números combinatorios, teorema del Binomio.

2.4.3. Página de apertura

Proponemos la lectura de la biografía de Blas Pascal. A través de ella se darán cuenta de que uno de sus mayores aportes fue la máquina de calcular de gran utilidad en esa época y actualmente. Así mismo su aporte al cálculo de probabilidades y al «Análisis Combinatorio» resultó valioso. También se puede ampliar esta biografía consultando los materiales del CRA o en Internet.

2.4.4. Abordaje de los temas

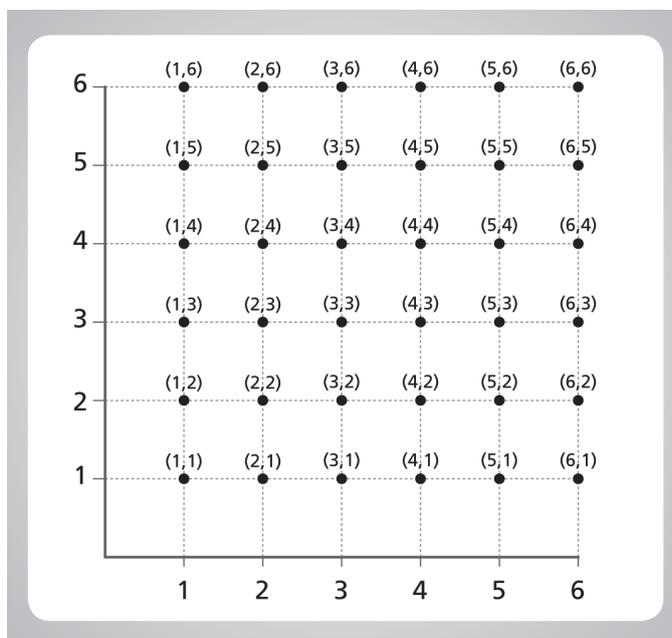
El concepto de Análisis Combinatorio está muy ligado al de Probabilidades, pues consiste en procedimientos y fórmulas que permiten determinar el número total de posibilidades que pueden ocurrir en una situación dada. Proponemos poner al alumno y alumna en situaciones que puedan experimentar para determinar las posibilidades de sucesos de cada situación. Así presentamos el concepto a partir de un problema de la vida real, utilizando el «diagrama de árbol» que permite visualizar todas las alternativas posibles de solución.

Proponemos esta actividad que coloca al estudiante en situación de descubrimiento.

Un experimento aleatorio

Lanzamos dos dados y determinamos el número de veces que aparecen los números pares, los números impares y los elementos de la diagonal principal.

Construimos el plano cartesiano y ubicamos los pares de números que aparecen en el experimento.



Números pares: (2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

Números impares: (1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)

Pares de números ubicados sobre la diagonal principal: (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)

Basándose en este conteo sugerimos que sigan encontrando otras situaciones creadas por ellos mismos. Por ejemplo: pares de números que suman 6; pares de números que se encuentran en la diagonal secundaria; pares de números que suman más de 12, etc.

Para el cálculo de variaciones, permutaciones y combinaciones partimos de una situación problemática para luego llegar al concepto de cada una de ellas y determinar sus fórmulas.

El texto presenta varios ejemplos resueltos sobre variación con y sin repetición, permutación, permutación circular, combinación con y sin repetición y además propone otros para sus soluciones.

Estas actividades nos permiten trabajar las áreas trasversales:

- Desarrollo del pensamiento crítico y productivo.
- Educación democrática. Conversamos sobre el uso adecuado del teléfono, respetando todas las opiniones.
- Educación familiar.



El texto les propone en un cuadro al final de la unidad un resumen de cómo distinguir variaciones, permutaciones y combinaciones.

Se podría proponer a la clase que investigue cuál es el mayor factorial que puede hallar con sus calculadoras.

Orientación importante

Es importante que el alumno y la alumna descubran que por el método del conteo pueden resolver problemas de variación, permutación y combinación; siempre que el número de elementos sea pequeño, en caso contrario las fórmulas resultan más prácticas. Así mismo, para la aplicación de las fórmulas deben tener una idea clara del concepto de variaciones, permutaciones y combinaciones.

La utilización de la calculadora en el cálculo de Análisis combinatorio

Las calculadoras científicas son herramientas que facilitan el cálculo de los temas tratados, en sus manuales se especifican cómo utilizarlas. El cálculo de factorial sin calculadora sería muy tedioso, pero gracias a esta herramienta encontramos con

facilidad con solo digitar las teclas **shift** **x!**

Para el cálculo de variaciones, permutaciones y combinaciones ejemplificamos cómo hallarlas.

$V_{7,4}$ → Presionamos las teclas **7** **shift** **nPr** **4** **=** **840**

$C_{4,2}$ → Presionamos las teclas **4** **nCr** **2** **=** **6**

P_5 → Presionamos las teclas **5** **shift** **x!** **120**

2.4.5. Algunos indicadores de evaluación

- Calcula factorial de un número.
- Utiliza el diagrama de árbol como una estrategia de solución.
- Determina los datos de un problema sobre variación con (o sin) repetición (o combinación o permutación).
- Identifica las incógnitas de un problema sobre variación con (o sin) repetición (o combinación o permutación).
- Utiliza la fórmula de variación con (o sin) repetición (o combinación o permutación), según corresponda en la resolución de problemas.
- Demuestra interés para encontrar la solución del problema.
- Comparte con los compañeros y las compañeras lo aprendido.

2.4.6. Actividades complementarias

En este apartado presentamos actividades que pueden trabajarse en grupo.

A 1 Propuesta de actividad

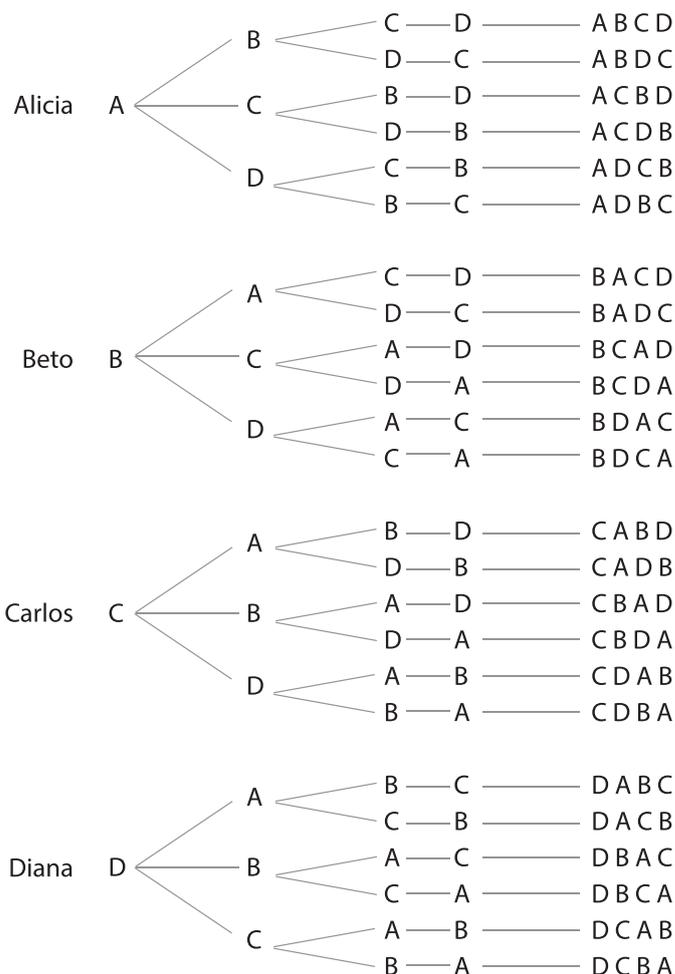
TEMA Permutación. Aplicación en problemas.

OBJETIVO Resuelvo problemas aplicando el concepto de permutación.

DESARROLLO ¿De cuántas maneras diferentes pueden sentarse en un banco, Alicia, Beto, Carlos y Diana? ¿Cuántas veces aparecen juntos Alicia y Beto?

El problema nos propone hallar las posibles posiciones en que pueden sentarse en un banco 4 jóvenes y cuándo coinciden Alicia y Beto juntos.

Vamos a resolver utilizando el método de árbol:



Vemos que hay 24 posibles permutaciones de cómo sentarse los jóvenes en un banco.

12 veces aparecen juntos Alicia y Beto.



Verificamos utilizando fórmulas y la calculadora.

$P_m = m! \rightarrow P_5 = 5! \rightarrow$ Insertamos en la calculadora

5 SHIFT x! 24 \rightarrow 24 posibilidades

Para saber cuántas veces coinciden Alicia y Beto, estamos ante un caso de variación de 4 elementos tomados de a 2

$$V_{4,2} = \frac{m!}{(n-p)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12$$

Usando la calculadora: 4 SHIFT nPr 2 = 12

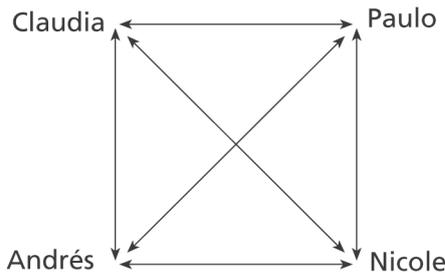
A 2 Propuesta de actividad

TEMA Combinación.

OBJETIVO Resuelvo problemas de combinación, utilizando varios procedimientos.

DESARROLLO Cuatro amigos: Paulo, Andrés, Claudia y Nicole están conectados entre sí mediante una línea telefónica directa. ¿Cuántas líneas telefónicas directas habrá que instalar si son 20 personas?

PRIMER PROCEDIMIENTO Utilizamos la estrategia de calcular primero con cuatro personas, usando grafos.



Encontramos 6 formas de comunicarse como indican las flechas.

Utilizando la fórmula comprobamos nuestros resultados:

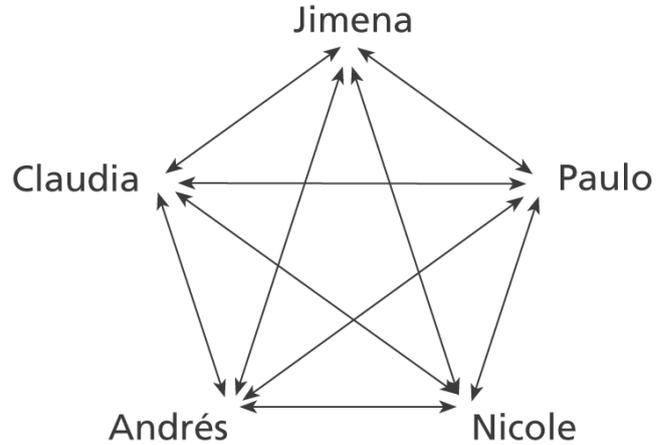
$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{4!}{2!2!} = 6 \text{ formas de comunicarse.}$$

RECORDAMOS

La fórmula para calcular el número de diagonales de un polígono de n lado es:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

Calculamos la comunicación entre 5 personas, usando un pentágono, colocando en cada vértice a una persona.:



Existen 10 posibilidades según las flechas.

Verificamos utilizando la fórmula: $C_{n,p} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = 10$

La comunicación entre 20 personas ya amerita el uso de la fórmula.

$$C_{n,p} = \frac{20!}{2!(20-2)!} = 190 \text{ formas de comunicarse}$$

En la calculadora científica, marca:

5 nCr 2 = 10

SEGUNDO PROCEDIMIENTO Si ubicamos a cada persona en los vértices de un polígono de 20 lados; para hallar el número de líneas telefónicas necesarias, sumamos el número de diagonales más el número de lados del polígono.

$$d = \frac{n(n-3)}{2} + n \text{ donde } n = \text{número de lados del polígono}$$

$$d = \frac{20(20-3)}{2} + 20 = 20 \cdot 17 + 20 = 170 + 20 = 190 \text{ comunicaciones.}$$

Por lo tanto: deberán instalarse 190 líneas telefónicas.

Verificamos usando la calculadora: $C_{20,2}$

Presionamos las teclas

20 nCr 2 = 190

A 3 Propuesta de actividad

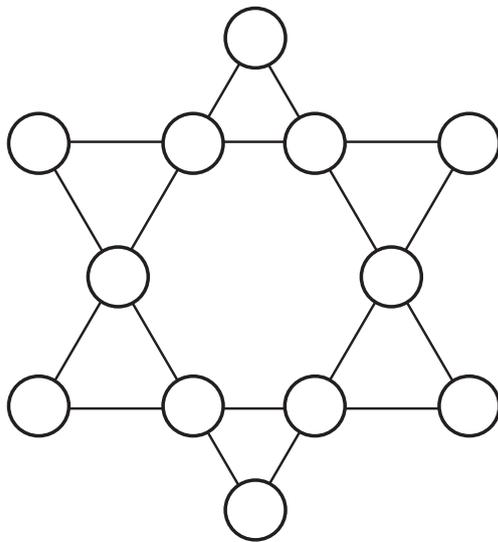
TEMA Problema de ingenio sobre combinatoria.

OBJETIVO Resuelvo problemas utilizando el pensamiento lógico.

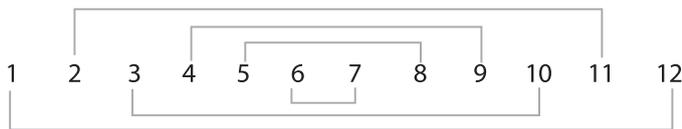
DESARROLLO En cada vértice de la estrella de David, colocar los números del 1 al 12, de manera que la suma de los cuatro números en cada segmento sea siempre 26. (Machicao, M., 2003)

Resolvemos

1º Dibujamos la estrella de David y colocamos un círculo en cada vértice y en las intersecciones de los lados.



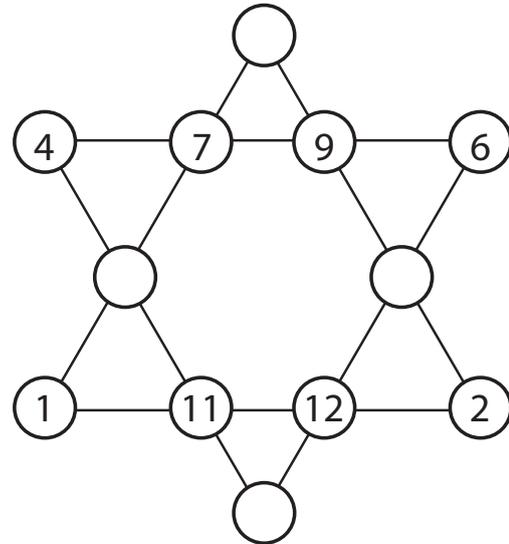
2º Escribimos los números en fila y vemos que los equidistantes suman 13.



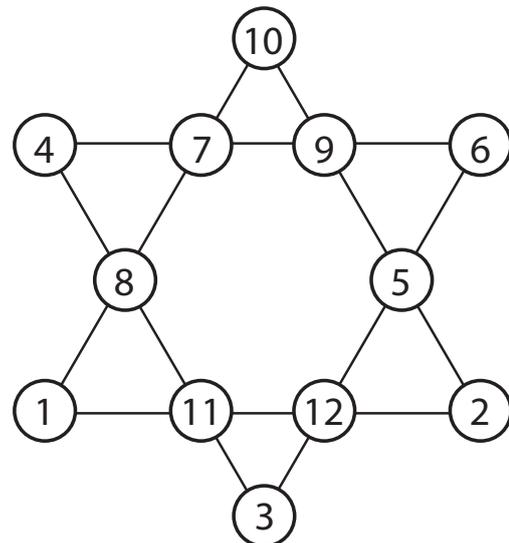
3º Formamos con los mismos, grupos de 4 elementos y sumamos; por ejemplo:

$$1 + 12 + 2 + 11 = 26 \rightarrow \text{colocamos en la primera fila horizontal.}$$

$$4 + 9 + 6 + 7 = 26 \rightarrow \text{colocamos en la segunda fila horizontal.}$$



$3 + 10 + 5 + 8 = 26$ \longrightarrow colocamos en los espacios vacíos, utilizando la estrategia «Tentativa y error organizado», vamos moviendo de lugar los números hasta llegar al siguiente resultado:



4º Pedimos a los alumnos y las alumnas que busquen otras combinaciones posibles.