2.2 UNIDAD 2

Determinante

2.2.1. Capacidades

- Utiliza distintos métodos en el cálculo del determinante de matrices cuadradas de segundo y tercer orden.
- Formula y resuelve situaciones problemáticas donde intervengan sistemas de ecuaciones con dos o tres incógnitas, aplicando la regla de Cramer.

2.2.2. Temas

- Determinante. Concepto.
- Determinante de una matriz cuadrada de orden 2.
- Determinante de una matriz cuadrada de orden 3.
- Regla de Sarrus.
- Propiedades de los determinantes.
- Regla de Cramer.

2.2.3. Evaluación diagnóstica

En esta propuesta de prueba diagnóstica sugerimos algunas actividades sobre: productos de matrices, propiedades, juegos de razonamientos lógicos, por considerar oportunas al inicio de esta unidad.

2.2.4. Propuesta de evaluación diagnóstica

1. Expresa el sistema de ecuaciones lineales como producto de matrices.

   $2x + y = 782$

   $3x - y = 382$

   Respuesta: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 782 \\ 382 \end{pmatrix}$

2. Dadas las matrices:

   $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

   Comprueba que $(AB)^t = B^t \cdot A^t$

   Respuesta: $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

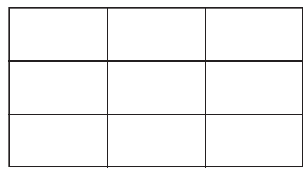
3. Siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix}$

   demostrar que $(AB)^2 \neq A^2B^2$.

4. La cantidad de rectángulos diferentes que se pueden encontrar en la figura es:

   a. 10 c. 36

   b. 16 d. 9



   Respuesta: c

5. En la granja del papá de Daniel hay en total 80 animales: 35 vacas, 28 patos, 2 perros y el resto son gallinas. ¿Cuántas patas en total puede contar Daniel?

   a. 234 c . 64

   b. 140 d. 15

   Respuesta: a

6. El cuadro de abajo registra los resultados obtenidos por cuatro equipos en un torneo en que todos se enfrentaron una vez.

Equipo	Victorias	Empates	Derrotas
A	0	1	2
B	2	1	0
C	0	2	1
D	1	2	0

a Representa la matriz $R = (a_{ij})$ correspondiente.

b ¿Cuál es el orden de la matriz R?

c ¿Cuál fue la clasificación final del torneo?

Respuestas:

a. $R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

b. 4 x 3

c. El equipo B estuvo el primer lugar y el equipo D el segundo lugar

Orientaciones importantes

Para que el estudiante incorpore y use eficientemente la metacognición, es importante observarlo y retroalimentarlo durante el proceso de resolver problemas. La discusión entre grupos pequeños de estudiantes al resolver problemas puede ayudar al desarrollo de la capacidad.

Schoenfeld recomienda que el docente monitoree el trabajo de cada uno de los grupos y los haga reflexionar con preguntas tales como: ¿Qué están haciendo? ¿Por qué lo están haciendo? ¿Qué harán con los resultados cuando los obtengan?

Además es importante que los integrantes del grupo respeten las ideas de cada participante y que al final, ellos mismos realicen la metacognición, es decir:

- describan el proceso seguido,
- fundamenten cada paso y
- reflexionen.

Algunas preguntas que servirán para la metacognición son:

- ¿Cómo llegué al resultado?
- ¿Cómo sé que la solución que obtuve es correcta?
- ¿Puedo encontrar otra forma o método para resolver este problema?
- ¿Qué aspecto no me quedó bien claro?
- ¿Qué estrategia utilicé para resolver el problema?
- ¿En qué me puede ayudar la solución de este problema?
- ¿Cuál es el camino más viable?

Las actividades de fijación y retroalimentación presentadas en esta unidad permiten trabajar:

2.3.3. Los transversales

- Educación familiar y desarrollo personal: ¿Qué forma de relación deben tener los hermanos entre sí?
- Educación democrática: Opinamos sobre las conductas que se observan en las canchas de fútbol. Vemos de qué forma se puede alentar a los equipos, sin molestar a los demás.

La interdisciplinariedad

- Pedir al alumno y la alumna consultar al profesor o profesora del área de Educación Física, las reglas de juego del fútbol, solicitadas.
- Responder las preguntas formuladas en el problema, con ayuda de los profesores de Química, Ciencias Naturales y Salud.

2.3.4. Algunos indicadores de evaluación

- Calcula el determinante de una matriz cuadrada de orden 2.
- Calcula el determinante de una matriz cuadrada de orden 3 utilizando la regla de Sarrus.
- Halla el determinante de una matriz aplicando el método correspondiente.
- Halla la solución de un sistema de ecuaciones lineales aplicando la regla de Cramer.
- Aplica la regla de Cramer en la resolución de problemas.
- Argumenta la respuesta obtenida al resolver el problema.
- Participa en los trabajos de grupo.

2.3.5. Actividades complementarias

En este apartado sugerimos algunas actividades, además de las propuestas en el texto que servirán para retroalimentar lo aprendido, las mismas pueden realizarse como un trabajo en equipo.

A 1 Propuesta de actividad

TEMA Determinante. Concepto. Aplicación de la Regla de Cramer.

OBJETIVO Aplico el método de determinante en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

Reconozco la importancia de la verificación de los resultados obtenidos en la solución de problemas.

DESARROLLO Presentamos la siguiente situación problemática:

La suma de dos capitales es de ₲ 300 000 y la suma de los intereses producidos por ellos es de ₲ 18 600. ¿Cuáles son esos capitales, si se sabe que el primero se prestó al 5% y el segundo al 8%?

Planteamos el problema:

$$x + y = 300\,000 \quad (1)$$

$$0{,}05x + 0{,}08\,y = 18\,600 \quad (2)$$

Escribimos la ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}05 & 0{,}08 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 300\,000 \\ 18\,600 \end{pmatrix}$$

Para resolver este sistema utilizamos el método de determinante. Veamos previamente cómo se calcula el determinante de una matriz, en nuestro ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}05 & 0{,}08 \end{pmatrix} \quad ; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}05 & 0{,}08 \end{vmatrix}$$

Se trata de una matriz cuadrada de segundo orden. Hallamos la diferencia de los productos de los elementos de la diagonal principal y de los elementos de la diagonal secundaria:

$(1 \times 0{,}08) - (1 \times 0{,}05) = 0{,}03$ este valor es el determinante de nuestra matriz y se anota generalmente así: $\Delta = 0{,}03 = 3\%$

Para resolver el sistema usaremos la Regla de Cramer, que propone:

1.° El cálculo del determinante formado por los coeficientes de x e y, ya calculados anteriormente

2.° El cálculo del determinante Δx se obtiene sacando los coeficientes de x de la matriz A colocando en su lugar los términos independientes:

$$\Delta x = \begin{vmatrix} 300\,000 & 1 \\ 18\,600 & 0{,}08 \end{vmatrix} = (300\,000 \times 0{,}08) - (18\,600 \times 1)$$

$$\Delta x = 5\,400$$

Para el cálculo de x se obtiene así:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{5\,400}{0{,}03}$$

$$x = 180\,000 ₲$$

3.° El cálculo del determinante Δy se obtiene quitando en Δ los coeficientes de y; y colocando los términos independientes:

$$\Delta y = \begin{vmatrix} 1 & 300\,000 \\ 0{,}05 & 18\,600 \end{vmatrix} = (1 \times 18600) - (0{,}05 \times 300\,000) = 3\,600$$

Para el cálculo de y, obtenemos así:

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{3\,600}{0{,}03}$$

$$y = 120\,000 ₲$$

Verificamos, reemplazando en la ecuación (1) los valores de x e y por los resultados obtenidos:

$$x + y = 300\,000$$

$$180\,000 + 120\,000 = 300\,000$$

Luego: Los capitales son ₲ 180 000 y ₲ 120 000