UNIDAD

2 Logaritmo

Capacidades

Resuelve situaciones problemáticas aplicando las propiedades de los logaritmos.

- Logaritmo y antilogaritmo.
- Propiedades del logaritmo de un producto, un cociente, una potencia y una raíz.

Situación sociodemográfica del Paraguay

El Paraguay cuenta hoy con más de 5 millones de habitantes, lo que quiere decir que en los últimos cincuenta años creció cuatro veces más. Según el último censo, en los próximos treinta años la población del país se duplicaría, según las proyecciones hechas a partir de su ritmo de crecimiento (2,2%), uno de los más altos en América Latina. El crecimiento de la población se explica debido a tres factores: por un lado, las altas tasas de fecundidad, el aumento de la esperanza de vida y la disminución de las tasas de mortalidad infantil; y por otro, el relativo equilibrio entre emigración e inmigración.

Concurrencia por las calles de Asunción.

Fuente: Rivarola, M. y Colombino, L., 2006

- Analizamos la relación entre el crecimiento de la población y el desarrollo socioeconómico. Compartimos nuestras conclusiones.

2.1. Logaritmo. Concepto

Analizamos la siguiente situación:

En el Paraguay, la población se incrementa en una tasa de 2,2% al año, aproximadamente. ¿En cuántos años su población podrá duplicarse, si la tasa de crecimiento tiene la misma tendencia?

Con esta información podemos organizar la Tabla 2.1.

Tabla 2.1

Tiempo (año)	Población
Inicio	P_o
1	$P_1 = P_o \text{ x } 1{,}022$
2	$P_2 = (P_o \text{ x } 1{,}022) - 1{,}022 = P_o\,(1{,}022)^2$
3	$P_3 = P_o\,(1{,}022)^2 \,.\, 1{,}022 = P_o\,(1{,}022)^3$
⋮	⋮
x	$P_x = P_o\,(1{,}022)^x$

$100\% + 2{,}2\% = 102{,}2\%$

$\frac{102{,}2}{100} = 1{,}022$

- Suponiendo que la población se duplique después de x años, tenemos:

$$P_x = 2\ P_o$$

- Luego: $P_o\,(1{,}022)^x = 2\ P_o$

- Dividimos ambos miembros de la igualdad por P_o y queda:

$$(1{,}022)^x = 2$$

Para resolver esta ecuación, es necesario aplicar logaritmos.

Si reemplazamos en la igualdad anterior el 2, por n, un número real y 1,022 por a entonces queda:

$$a^x = n$$

Logaritmo de un número es el exponente al que debe elevarse una base (positiva y distinta de la unidad) para obtener una potencia igual al número dado, es decir:

$$a^x = n \quad \rightarrow \quad log_a\, n = x$$

Se denomina logaritmación a una de las operaciones inversas de la potenciación, así como también lo es la radicación.

EJEMPLOS:

Tabla 2.2

Radicación	Forma exponencial	Forma logarítmica
$\sqrt[3]{27} = 3$	$3^3 = 27$	$log_3\ 27 = 3$
$\sqrt[5]{32} = 2$	$2^5 = 32$	$log_2\ 32 = 5$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$	$log_{10}\ 100 = 2$
$\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$	$5^{-2} = \frac{1}{25}$	$log_5 \frac{1}{25} = -2$

Actividades de fijación

a. Expreso como logaritmo.

Ejemplo:

1) $2^4 = 16$

$log_2\ 16 = 4$

2) $8^2 = 64$

3) $3^0 = 1$

4) $2^3 = 8$

5) $4^{-2} = \frac{1}{16}$

b. Calculo el valor de los logaritmos.

Ejemplo:

1) $log_2 4 = x \rightarrow 2^x = 4$

$2^x = 2^2$

$x = 2$

3) $log_5 5 = x$

5) $log_3 1 = x$

2) $log_3 81 = x$

4) $log_7 49 = x$

6) $log_4 256 = x$

c. Utilizo la definición de logaritmo y calculo el valor de x.

1) $log_3 x = 4$

2) $log_5 x = 3$

3) $log_x 256 = 2$

2.2. Sistemas de logaritmos

Dependiendo de los números positivos que se toman como base, se tiene una infinidad de sistemas de logaritmos. Los más usados son dos:

Sistema de logaritmos decimales: que es un sistema de base 10 o de Briggs. Se simboliza "$log\ n$" sin expresar la base.

EJEMPLOS:

$log\ 36$; $log\ 100$

Sistema de logaritmos naturales: creado por Nepper, cuya base es un número irracional $e = 2{,}71828$ aproximadamente. Se simboliza "$log_e x$" o "$ln\ x$".

EJEMPLO:

$log_e 24$ o $ln\ 24$

John Napier o Nepper, matemático escocés (1550-1617). Introdujo el sistema de logaritmos naturales, que se simboliza "$log_e x$" o "$ln\ x$". Fue uno de los primeros en utilizar la moderna notación decimal para expresar fracciones decimales de forma sistemática. Inventó una máquina, que es considerada como antecesora de la calculadora. La misma constaba de un ábaco con piezas móviles, que recibió el nombre de "Nepper´s Bond" o "Rejillas".

Fuente: http://hawaii.ls.fi.upm.es/historia/personajes/ppal_nepper.htm

2.3. Consideraciones generales

- En todo sistema, el logaritmo de 1 es cero.

EJEMPLOS: $log_2 1 = x \rightarrow 2^x = 1 \rightarrow 2^x = 2^0$ luego $\boxed{x = 0}$

$log_5 1 = x \rightarrow 5^x = 1 \rightarrow 5^x = 5^0$ luego $\boxed{x = 0}$

- Los números menores que 1, sin incluir el cero ni los números negativos, tienen logaritmos negativos. Los logaritmos de los números negativos no existen en el sistema de los números reales.

EJEMPLO: $log_{10} 0{,}1 = x \rightarrow 10^x = 0{,}1 \rightarrow 10^x = 10^{-1}$ luego $\boxed{x = -1}$

- Los números mayores que 1, tienen logaritmos positivos.

EJEMPLOS: $log_2\ 8 = x \rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3$ luego $\boxed{x = 3}$

$log_3\ 9 = x \rightarrow 3^x = 9 \rightarrow 3^x = 3^2$ luego $\boxed{x = 2}$

- La base de un sistema de logaritmos no puede ser negativa, porque si fuera negativa, sus potencias pares serían positivas y las impares negativas y, por lo tanto, habría números positivos que no tendrían logaritmo.

EJEMPLOS: $log_{-3}\ 9 = x \rightarrow (-3)^x = 9 \rightarrow (-3)^x = (-3)^2 \rightarrow \boxed{x = 2}$

$log_{-3}\ 27 = x \rightarrow (-3)^x = 27$ pero como $(-3)^3 \neq 27$ en este ejemplo no se puede determinar su logaritmo.

- Los números negativos no tienen logaritmo, pues siendo la base positiva todas sus potencias son positivas.

EJEMPLO: $log_2 -4 = x \rightarrow 2^x = -4$ lo que es imposible resolver pues $\boxed{2^2 \neq -4}$

2.4. Propiedades de los logaritmos

2.4.1. Logaritmo de un producto

El logaritmo de un producto de factores positivos es igual a la suma de los logaritmos de cada uno de los factores.

- Consideramos que: $x = log_a\ A \rightarrow a^x = A$

  $y = log_a\ B \rightarrow a^y = B$

- Expresamos el producto: $A.B = a^x.a^y$

  $A.B = a^{x+y}$ Por ser productos de potencias de igual base.

- Escribimos en notación logarítmica: $log_a\ (A.B) = x + y$

- Reemplazamos x e y por sus valores: $\boxed{log_a\ (A.B) = log_a\ A + log_a\ B}$

- Podemos aplicar la misma fórmula cuando se dispone de dos o más factores: $log_a(A.B.C...N) = log_a\ A + log_a\ B + ... + log_a\ N$

EJEMPLOS:

a) El $log_2\ 64 = 6$ y el $log_2\ 16 = 4$. Calculamos el $log_2\ (64 \times 16)$.

Aplicamos la propiedad del logaritmo de un producto.

$log_2\ (64 \times 16) = log_2\ 64 + log_2\ 16$

$log_2\ (64 \times 16) = 6 + 4 = 10$

b) Calculamos el $log_3\ (9 \times 81)$.

Aplicamos la propiedad del logaritmo de un producto:

$log_3\ (9 \times 81) = \underbrace{log_3\ 9}_{2} + \underbrace{log_3\ 81}_{4} = 2 + 4 = 6$

$3^x = 9$	$3^y = 81$
$3^x = 3^2$	$3^y = 3^4$
$x = 2$	$y = 4$

Actividades de fijación

a. Calculo el logaritmo de los siguientes productos.

1) $log_2\ (32 \times 8)$ **2)** $log_3\ (27 \times 243)$ **3)** $log_5\ (5 \times 25 \times 125)$

2.4.2. Logaritmo de un cociente

El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

- Consideramos que: $x = log_a\ A \rightarrow a^x = A$
  $y = log_a\ B \rightarrow a^y = B$
- Calculamos el cociente entre A y B: $\frac{A}{B} = \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
  Por ser cociente de potencias de igual base.
- Escribimos en notación logarítmica: $log_a \frac{A}{B} = x - y$
- Reemplazamos x e y por sus valores: $\boxed{log_a \frac{A}{B} = log_a\ A - log_a\ B}$

EJEMPLOS:

a) El $log_2\ 32 = 5$ y el $log_2\ 8 = 3$. Calculamos el $log_2 \frac{32}{8}$.

Aplicamos la propiedad del logaritmo de un cociente.

$$log_2 \frac{32}{8} = log_2\ 32 - log_2\ 8 = 5 - 3 = 2$$

b) Calculamos el $log_5 \frac{625}{125}$.

$5^x = 625$	$5^y = 125$
$5^x = 5^4$	$5^y = 5^3$
$x = 4$	$y = 3$

Aplicamos la propiedad del logaritmo de un cociente:

$$log_5 \frac{625}{125} = log_5\ 625 - log_5\ 125 = 4 - 3 = 1$$

Actividades de fijación

a. Hallo el logaritmo de los siguientes cocientes.

1) $log_3 \frac{27}{9}$ **2)** $log_6 \frac{1296}{36}$ **3)** $log_4 \frac{256}{64}$

2.4.3. Logaritmo de una potencia

El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base de la potencia.

- Consideramos: ———— $x = log_a \text{A}$
- Escribimos la expresión en forma exponencial: ———— $a^x = \text{A}$
- Elevamos ambos miembros a la n: ———— $(a^x)^n = \text{A}^n$
- Resolvemos la potencia de una potencia: ———— $a^{x\,n} = \text{A}^n$
- Observamos que $x\ n$ es el logaritmo de A^n.
- Escribimos en forma logarítmica: ———— $log_a \text{A}^n = x\,.\,n$
- Reemplazamos x por su igual y ordenamos: ———— $\boxed{log_a \text{A}^n = n.log_a \text{A}}$

EJEMPLOS:

a) $log_2 8^3 = 3\,.\,log_2 8 = 3 \times 3 = 9$

b) $log_3 9^{-3} = -3\,.\,log_3 9 = -3 \times 2 = -6$

c) $log_2 256^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}.log_2 256 = \frac{1}{4} \times 8 = 2$

$2^x = 8$	$3^x = 9$	$2^x = 256$
$2^x = 2^3$	$3^x = 3^2$	$2^x = 2^8$
$x = 3$	$x = 2$	$x = 8$

Actividades de fijación

a. Calculo el logaritmo de las siguientes potencias.

1) $log_2 64^3$ **2)** $log_3 27^{-2}$ **3)** $log_5 125^{\frac{1}{3}}$

2.4.4. Logaritmo de una raíz

El logaritmo de una raíz es igual al logaritmo de la cantidad subradical dividido por el índice de la raíz.

- Consideramos que: ———— $x = log_a \text{A}$
- Escribimos en forma exponencial: ———— $a^x = \text{A}$
- Hallamos la raíz enésima de ambos miembros: ———— $\sqrt[n]{a^x} = \sqrt[n]{\text{A}}$
- Escribimos el radical como exponente fraccionario en el primer miembro: ———— $a^{\frac{x}{n}} = \sqrt[n]{\text{A}}$
- Aplicamos logaritmos a ambos miembros: ———— $log\, a^{\frac{x}{n}} = log \sqrt[n]{\text{A}}$
- Escribimos en forma logarítmica: ———— $log_a \sqrt[n]{\text{A}} = \frac{x}{n}$
- Reemplazamos x por su igual: ———— $log_a \sqrt[n]{\text{A}} = \frac{log_a \text{A}}{n}$

EJEMPLOS:

a) $log_3 \sqrt[4]{9} = \frac{log_3 9}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

b) $log_2 \sqrt[5]{128} = \frac{log_2 128}{5} = \frac{7}{5}$

$3^x = 9$	$2^x = 128$
$3^x = 3^2$	$2^x = 2^7$
$x = 2$	$x = 7$

Actividades de fijación

a. Completo las expresiones.

Ejemplo:

1) $log_2 \sqrt[3]{m} = \frac{log_2 \text{ m}}{3}$ **2)** $log \sqrt[n]{A}$ **3)** $log_3 \sqrt{B}$

b. Calculo el logaritmo de las siguientes raíces.

1) $log_2 \sqrt[3]{512}$ **2)** $log_3 \sqrt[4]{81}$ **3)** $log_6 \sqrt[5]{216}$

2.4.5. Cálculo de la expresión conociendo su logaritmo

EJEMPLOS:

a) Calculamos el valor de A cuyo logaritmo en base 2 es $\boldsymbol{log_2 \text{ m} + log_2 \text{ n} + log_2}$ 4

- Consideramos que: $log_2 \text{ A} = log_2 \text{ m} + log_2 \text{ n} + log_2 4$
- Aplicamos propiedades: $log_2 \text{ A} = log_2 (\text{m.n.4})$

$\boxed{\text{A} = 4\text{mn}}$ *

b) ¿Cuál es la expresión cuyo logaritmo decimal es: $\boldsymbol{log\, m - log\, n}$?

- Tomamos: $log \text{ A} = log \text{ m} - log \text{ n}$
- Aplicamos propiedades: $log \text{ A} = log \frac{\text{m}}{\text{n}}$

$\boxed{\text{A} = \frac{\text{m}}{\text{n}}}$ *

c) Hallamos el valor de A cuyo logaritmo en base 3 es 5 x $\boldsymbol{log_3 m}$

- Consideramos que: $log_3 \text{ A} = 5 \times log_3 m$
- Aplicamos propiedades: $log_3 \text{ A} = log_3 m^5$

$\boxed{\text{A} = m^5}$ *

* Si los logaritmos son iguales, los números también lo son.

Actividades de fijación

a. Calculo el valor de A y verifico los resultados.

1) $log \text{ A} = log \text{ 3m} - log \text{ 2n}$

2) $log_2 \text{ A} = log_2 32 + log_2 8$

3) $log \text{ A} = 5 \; log \; 8$

4) $log \text{ A} = \frac{log \; 37}{3}$

5) $log_2 \text{ A} = log_2 64 + log_2 256 + log_2 512$

6) $log_3 \text{ A} = 2 \; log_3 81$

2.5. Cálculo de logaritmos decimales y naturales

Anteriormente trabajamos con cifras cuyos logaritmos eran cantidades exactas. En la mayoría de los casos son inexactas y muy difíciles de resolver mentalmente por eso se recurre, actualmente, al uso de las calculadoras.

2.5.1. Uso de la calculadora

Para calcular los logaritmos decimales y naturales, las calculadoras poseen las teclas "*log*" y "*ln*" correspondientes a los logaritmos decimales y naturales respectivamente, y para sus funciones inversas "10^x" y "e^x". Para efectuar los cálculos es conveniente leer las instrucciones de sus manuales ya que las diversas marcas y modelos tienen procedimientos diferentes.

EJEMPLOS:

a) Seguimos las instrucciones de la calculadora y comprobamos que el logaritmo decimal de los siguientes números es:

- $log\ 5{,}746 = 0{,}759365621$
- $log\ 3745 = 3{,}573451822$
- $log\ 0{,}052 = -1{,}283996656$
- $log\ 23{,}65 = 1{,}373831145$

Observación: trabajar con 9 cifras decimales en la calculadora.

b) Comprobamos que el logaritmo natural de los siguientes números es:

- $ln\ 174 = 5{,}159055299$
- $ln\ 0{,}03 = -3{,}50655797$

c) Calculamos el número cuyo logaritmo decimal es 1,400365273

- Llamamos N al número que buscamos $log\,N = 1{,}400365273$
- Utilizamos la función inversa del logaritmo y obtenemos N = 25,14

Esta operación se conoce como **antilogaritmación**, es decir, si se conoce el logaritmo de un número, se puede calcular el número al cual corresponde.

USO DE LA CALCULADORA PARA CALCULAR LOGARITMOS

Algunas calculadoras poseen dos teclas con las siguientes funciones:

- Tecla *log* : permite calcular el logaritmo decimal de un número N entero o decimal.
- Tecla 10^x: permite calcular el número N, cuando se conoce $log\ N = x$.
- Usando esas teclas, las propiedades de los logaritmos y las cuatro operaciones fundamentales, es posible realizar los siguientes cálculos:

1. $log\ 52$

Se digita: 52 → tecla $\boxed{log}$ → 1,716003344

$log\ 52 \cong 1{,}716003344$

2. $log\ \sqrt[3]{2{,}35}$

$log\ \sqrt[3]{2{,}35} = \frac{1}{3} .\ log\ 2{,}35$

Se digita: 2,35 → tecla $\boxed{log}$ → $\dfrac{0{,}371067862}{3} = 0{,}123689287$

$log\ \sqrt[3]{2{,}35} \cong 0{,}123689287$

3. $log_2\ 349$

$log_2\ 349 = \dfrac{log\ 349}{log\ 2}$

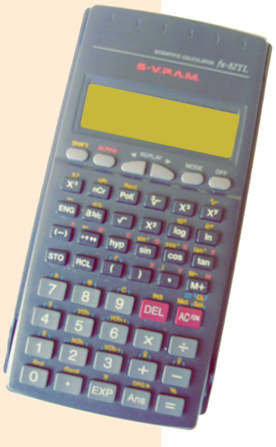
Usando la tecla $\boxed{log}$, se calcula $log\ 349 \cong 2{,}542825427$ y $log\ 2 \cong 0{,}301029995$

$log_2\ 349 \cong \dfrac{2{,}542825427}{0{,}301029995} \cong 8{,}447083245$

4. $log_{10}\ x = 0{,}72342$

Se digita: 0,72342 → teclas $\boxed{\text{Shift}}\boxed{10^x}$ → 5,289565508

$log\ 5{,}289565508 \cong 0{,}72342$



Actividades de fijación

a. Hallo, con la calculadora, los siguientes logaritmos y comparto con mis pares, el procedimiento seguido.

1) *log* 24	**3)** *log* 0,025	**5)** *log* 375
2) *log* 1360	**4)** *log* 0,0036	**6)** *log* 26

b. Calculo el antilogaritmo de:

1) $\log N = 1{,}87251$	**3)** $\log N = -1{,}25964$	**5)** $\log N = 3{,}12888$
2) $\log N = -2{,}61979$	**4)** $\log N = -1{,}83863$	**6)** $\log N = 1{,}40415$

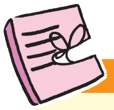
2.6. Cálculo de operaciones utilizando logaritmos decimales

- Utilizando la calculadora podemos efectuar directamente cualquier operación, como asimismo podemos calcular usando logaritmos y sus propiedades.

EJEMPLO:

a) $x = \sqrt[5]{246{,}25}$

$x = (246{,}25)^{\frac{1}{5}} = 3{,}008$ → Cálculo directo



Este procedimiento era muy importante antes de la popularización del uso de la calculadora. Ahora lo hacemos solo a efecto de demostrar que se llega al mismo resultado.

Usando logaritmo y sus propiedades:

$$\log x = \log \sqrt[5]{246{,}25} = \frac{1}{5} \text{ x } \log 246{,}25 = \frac{1}{5} \,.\, 2{,}391376239 = 0{,}478275247$$

$x \rightarrow$ antilogaritmo de 0,478275247

$x = 3{,}008$

- Conociendo el logaritmo de algunos números, podemos calcular el logaritmo de otras expresiones.

EJEMPLO:

b) Calculamos el logaritmo de x utilizando las propiedades de los logaritmos y los siguientes datos:

$\log 2 = 0{,}301030$, $\log 3 = 0{,}477121$ y $\log 5 = 0{,}698970$

$$x = \frac{\sqrt{15}}{6^3}$$

Descomponemos 15 y 6 en sus factores primos:

15	3	6	2
5	5	3	3
(1)		(1)	

Transformamos la expresión en:

$$x = \frac{\sqrt{3 \text{ x } 5}}{(2 \text{ x } 3)^3}$$

$$\log x = \frac{1}{2}(\log 3 + \log 5) - 3(\log 2 + \log 3)$$

$$\log x = \frac{1}{2}(0{,}477121 + 0{,}698970) - 3(0{,}301030 + 0{,}477121)$$

$$\boxed{\log x = -\,1{,}7464075}$$

c) El número de bacterias de un cultivo, que inicialmente es de 5 000, viene dado por la expresión 5 000. $1{,}2^t$ (donde t está expresado en horas). Calculamos el tiempo que tarda en triplicarse.

Empleamos el Método de Polya para la resolución del problema

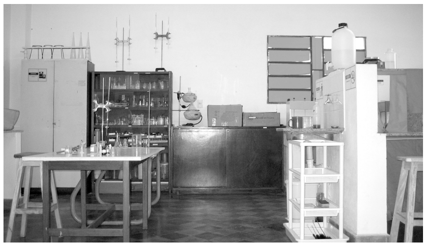
* Comprendemos el problema.

N°. inicial de bacterias = 5 000

N°. de bacterias en **t** horas = al triple del N° inicial, es decir:

$$5\,000 \,.\, 1{,}2^t = 3 \text{ x } 5\,000$$

Vamos a calcular el tiempo **t** que tarda en triplicarse.



Interior de un laboratorio.

* Concebimos un plan.

En este caso, partimos de la ecuación:

$$5\,000 \,.\, 1{,}2^t = 3 \text{ x } 5\,000$$

* Ejecutamos el plan.

Dividimos ambos miembros de la ecuación por 5 000 y queda:

$$1{,}2^t = 3$$

Aplicamos logaritmo a ambos miembros de la igualdad:

$$\log 1{,}2^t = \log 3$$

Aplicamos la propiedad de la potenciación del logaritmo:

$$t \,.\, \log 1{,}2 = \log 3$$

Luego, $\mathbf{t} = \dfrac{\log 3}{\log 1{,}2} \cong 6{,}03 \text{ h} = \; 6 \text{ h } 1 \text{ min}$

El tiempo que tardan en triplicarse las bacterias es 6 h 1 min.

* Examinamos la solución obtenida.

Verificamos el resultado obtenido con el uso de la calculadora:

$$6{,}03 \,.\, \log 1{,}2 = \log 3$$

$$6{,}03 \,.\, 0{,}079181246 = 0{,}477121254$$

$$0{,}477 = 0{,}477$$

Ñaikũmby porãve hağua

Ajapo ko'ã tembiapo, ajesareko porã irresultádo rehe ha ambojoja che irũnguéra mba'ére, amyatyrõ oĩ vaíramo.

a. **Ajuhu *logaritmo* x rehegua aiporukuévo *propiedades*, ha ko'ã datos:** $log\ 2 = 0{,}301030$, $log\ 3 = 0{,}477121$, $log\ 5 = 0{,}698970$ y $log\ 7 = 0{,}845098$.

1) $x = \dfrac{21^2}{25}$

2) $x = \dfrac{10^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{7}} \times 3^4$

b. **Ajapokuévo, aiporu propiedades logaritmo rehegua.**

1) $log\ \dfrac{A \times B}{C}$

2) $log\ \dfrac{\sqrt[3]{A \times B}}{C \times D}$

3) $log\ \sqrt[3]{M \times N^2}$

c. **Peteĩ logaritmo ramónte oiporu x.**

1) $x = log\ A + log\ B - \dfrac{1}{5}\ log\ C$

2) $x = 3\ log\ C\ - \dfrac{1}{5}\ (log\ D + 3\ log\ E)$

Actividades de retroalimentación

FORMAMOS GRUPOS, SELECCIONAMOS DIEZ ACTIVIDADES DE DISTINTOS ÍTEMS PARA RESOLVER EN CADA GRUPO, DESARROLLAMOS Y PRESENTAMOS EN PLENARIA NUESTRO TRABAJO.

a. Desarrollo las siguientes expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos.

1) $\log \dfrac{a.b^2}{c^2}$
2) $\log_2 \dfrac{a^x}{b}$
3) $\log a^{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{b}$
4) $\log_2 \dfrac{m\,n^3}{\sqrt{c}}$
5) $\log_3 (\sqrt{a} \,.\, b^{\frac{1}{2}})$
6) $\log \dfrac{n \,.\, \sqrt[3]{m^5}}{m}$

b. Calculo, aplicando propiedades, el logaritmo de las siguientes expresiones.

1) $\log_3 (243 \text{ x } 81 \text{ x } 9)$
2) $\log_2 \dfrac{128}{32}$
3) $\log_5 25^{\frac{1}{3}}$
4) $\log_5 \sqrt[10]{125}$
5) $\log_6 (6 \text{ x } 36 \text{ x } 216)$
6) $\log_2 \sqrt[3]{512}$

c. Escribo las expresiones siguientes de modo que el logaritmo aparezca una sola vez.

1) $\log m + \log n$
2) $3 \log_2 x - 2 \log_2 y$
3) $\dfrac{1}{2} \log m + 3 \log n - \log z$
4) $\log_3 a - \log_3 (bc)$
5) $\dfrac{\log m}{5} - \dfrac{\log n}{3}$
6) $-2 \log m + 2 \log n$

d. Calculo el valor de cada expresión, sabiendo que su logaritmo decimal es:

1) $\log 9a - \log 2b$
2) $\dfrac{1}{3} \log 3a$
3) $\dfrac{3 \log 75}{2}$
4) $\log m + 2 \log n - \dfrac{\log c}{2}$
5) $3 \log (2x - 1)$
6) $\log x - \log (x + 1)$

e. Calculo el logaritmo de A utilizando: $\log 5 = 0{,}698970$, $\log 7 = 0{,}845098$ y $\log 11 = 1{,}041393$.

1) $A = \dfrac{11^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{3}{5}}}$
2) $A = \sqrt[3]{\dfrac{25}{7}}$
3) $A = 121 \,.\, \sqrt[3]{49}$
4) $A = 35^2 \,.\, \sqrt[3]{11}$
5) $A = \left(\dfrac{7}{11}\right)^{0{,}5}$
6) $A = \dfrac{\sqrt[3]{77}}{\sqrt{5}}$

Autoevaluación

LEO CON ATENCIÓN CADA ACTIVIDAD PROPUESTA, LA RESUELVO, VERIFICO EL RESULTADO Y ANALIZO EL PROCEDIMIENTO SEGUIDO.

a. Expreso como logaritmo.

1) $10^4 = 10\,000$ **2)** $3^{-4} = \frac{1}{81}$ **3)** $5^{-4} = \frac{1}{125}$

b. Calculo el logaritmo de las siguientes expresiones y encierro en círculo la letra que indica la respuesta correcta.

1) $log_4 \frac{256}{16}$

a. 4 c. –2
b. 2 d. 6

2) $log_7 49^{-2}$

a. –2 c. – 4
b. 4 d. 7

c. Resuelvo aplicando las propiedades de los logaritmos e indico la respuesta correcta subrayándola.

1) Un capital de ₲400 000 fue aplicado a un interés compuesto y a una tasa anual de 12%. ¿Después de cuánto tiempo se obtendrá un interés de ₲ 100 000?

A. 1 año 11 meses 19 días
B. 1 año
C. 6 años 6 meses
D. 12 años

RESUMIMOS

Logaritmo

- $log_b A = n \Leftrightarrow b^n = A$

Propiedades

- $log_b (A.B) = log_b A + log_b B$
- $log_b \left(\frac{A}{B}\right) = log_b A - log_b B$
- $log_b A^n = n.log_b A$
- $log_b \sqrt[n]{A} = \frac{log_b A}{n}$